TEMA 1 MAGNITUDS. UNITATS. ÀLGEBRA VECTORIAL

Objectius

Conèixer la distinció entre magnitud física escalar i vectorial, així com les unitats de les magnituds físiques en els sistemes d'unitats més freqüents. A més, es tractaran les operacions bàsiques amb vectors.

Índex

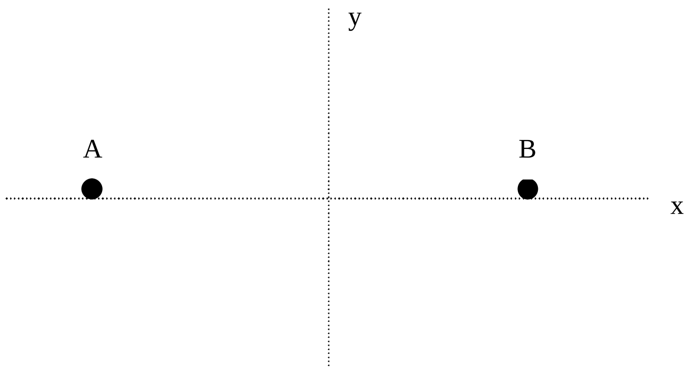
1.1 Magnituds físiques escalars i vectorials

Conceptes bàsics

Dins la física un es troba amb diverses magnituds que haurà de fer treballar, utilitzant equacions matemàtiques que responen als postulats i lleis de la física, per assolir l'objectiu d'un problema plantejat que cal resoldre. És fonamental doncs, conèixer les diferents magnituds que s'utilitzaran dins aquest curs de física bàsica. Cal distingir entre magnitud física escalar i magnitud física vectorial. La magnitud escalar és aquella que es defineix mitjançant un escalar, o sigui un número. Per exemple la temperatura, l'energia, la densitat, etc. Si ens diuen 37ºC, aquesta podria ser la temperatura corporal habitual d'una persona sana. El número 37 amb la unitat corresponent identifica la magnitud física Temperatura, i no cal res més. En canvi, una magnitud vectorial és aquella que es defineix mitjançant un vector. El vector quedarà totalment definit si l'hi coneixem el seu escalar, anomenat mòdul del vector, la seva direcció i el seu sentit. Per exemple, la velocitat, l'acceleració, la força, el camp gravitatori, el camp elèctric, etc..són vectors, i per tant s'haurà de conèixer l'operativitat necessària per treballar-hi.

Exemple 1.1

Un vehicle vol anar des del punt orígen A fins el punt destí B (veure dibuix) a una velocitat de v = 100 km/h. Indicar el mòdul, direcció i sentit del vector velocitat v.



Resolució

Com que la velocitat d'un mòbil és una magnitud vectorial, per respondre a la pregunta s'haurà d'indicar el mòdul, la direcció i el sentit del vector. El mòdul del vector velocitat és l'escalar, o sigui el número del vector, que és en el nostre cas, 100 amb les unitats de km/h. La direcció serà la recta que uneix el punt A amb el punt B, per tant, l'eix de les abscisses, eix *x*. El sentit serà des d'A fins a B, per tant, cap a l'eix *ox* positiu.

Exemple 1.2

Volem enlairar un objecte que es troba sobre una taula, 1.2 metres perpendicularment a aquesta. Definir el vector desplaçament.

Resolució

El desplaçament d'un objecte és una magnitud vectorial, per tant en el nostre cas el mòdul del vector desplaçament és 1.2 amb les unitats de m. La direcció serà la recta definida des de la taula fins on es troba l'objecte després d'enlairar-lo, per tant l'eix de l'ordena, eix *y*. *E*l sentit serà cap a munt.

1.2 Unitats. Factors de conversió

Conceptes bàsics

Tal com s'ha comentat anteriorment, tota magnitud física a d'anar acompanyada de la seva corresponent unitat. Si es diu que un cotxe circula a 80, el primer que un ha de preguntar és; quines unitats acompanyen a aquest número 80? Són kilòmetres per hora?, metres per segon?, kilòmetres per minut?, etc..És clar que si no ens diuen les unitats no ens fem idea si el cotxe va ràpid o lent. Dit això, el següent pas que un ha de fer quan desenvolupa un problema de física és escollir un sistema d'unitats, que serà comú per totes les magnituds que intervinguin en la resolució del problema. Un sistema d'unitats és un conjunt d'unitats, que per conveni s'en defineixen unes quantes, anomenades fonamentals, i a partir de les quals i utilitzant diferents operacions matemàtiques s'obtenen totes les altres, anomenades unitats derivades. Cal remarcar que per canviar de sistema d'unitats s'utilitzen els factors de conversió a partir de les equivalències entre les magnituds en els diferents sistemes. S'indicarà tot seguit alguna de les unitats fonamentals dels sistemes d'unitats més freqüents.

El sistema més estès i per tant més utilitzat és el Sistema Internacional (S.I.) o *MKS*, on es podrien destacar d'entre les unitats fonamentals, la unitat de longitud, el metre *m*, la unitat de la massa, el kilogram *kg*, i la unitat del temps, el segon *s*. El sistema cegessimal o *cgs* on s'utilitzaria el centímetre *cm*, el gram *g*, i el segon *s*. I per últim el sistema tècnic on s'utilitzaria el metre *m*, la unitat tècnica de massa *utm* per la massa, el kilogram-força o kilopondi *kp* per la força, i el segon *s* pel temps. Cal indicar que 1 kg de massa en el Sistema Internacional equival a 1/9.8 utm en el sistema tècnic, i 9.8 kgm/s^2 de força en el S.I. equival a 1 kp en el sistema tècnic.

Els principals múltiples i divisors es presenten a la taula següent.

Símbol (denominació)	Equivalència	Exemple
G (giga)	10^9	GPa (gigapascal)
M (mega)	10^6	MW (megawatt)
k (kilo)	10^3	kg (kilogram)
d (deci)	10^{-1}	dm (decímetre)
c (centi)	10^{-2}	cs (centisegon)
m (mili)	10^{-3}	mm (milímetre)
μ (micro)	10^{-6}	μg (microgram)
n (nano)	10^{-9}	nm (namòmetre)

Exemple 1.3

Un cotxe de carreres circula a una velocitat de 250 km/h. Quina serà la seva velocitat expresada en el sistema internacional d'unitats?

Resolució

$$250\frac{km}{h}\cdot\frac{1000m}{1km}\cdot\frac{1h}{3600s}=69.4\frac{m}{s}$$

Exemple 1.4

Un mòbil es mou a una velocitat de 25 m/min. Expressar aquesta velocitat en el sistema cegessimal.

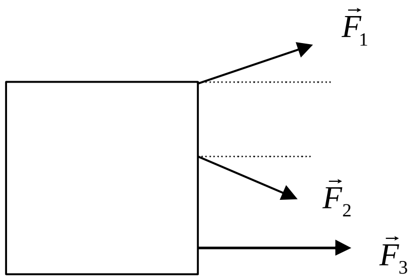
Resolució

$$25\frac{m}{min}\cdot\frac{100cm}{1m}\cdot\frac{1min}{60s}=41.7\frac{cm}{s}$$

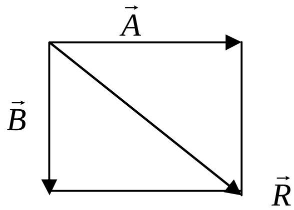
1.3 Composició i descomposició de vectors

Conceptes bàsics

Quan es treballa en magnituds vectorials, per exemple la força, i es vol saber la força total (resultant) que actua sobre un objecte, tenint en compte que sobre aquest n'hi actuen tres de diferents (veure el dibuix), s'haurà de tenir en compte l'àlgebra vectorial, ja que no podem agafar les tres forces i sumar-les com si fos una simple suma escalar.



El que s'haurà de fer és escollir uns eixos de coordenades ortogonals *xy*, i descomposar cadascun dels vectors en dos altres utilitzant la trigonometria, i aquests seran respectivament les components *x* i *y* dels vectors. Aleshores es podran sumar per una banda totes les components *x* dels vectors, i per l'altre totes les components *y*, en el cas de treballar en dos dimensions. Segons això, es pot concloure que la suma analítica de vectors és igual a la suma de les components dels vectors en cada eix. En la Física és interessant també l'operació inversa a la comentada anteriorment, és a dir, sumar vectors per obtenir-ne un altre (veure dibuix).



On $\vec{R}$ és el vector resultant de la suma vectorial dels vectors $\vec{A}$ i $\vec{B}$, és a dir:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

El mòdul del vector resultant $\vec{R}$ es pot calcular de la següent manera:

$$R = \left|\vec{R}\right| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Exemple 1.5

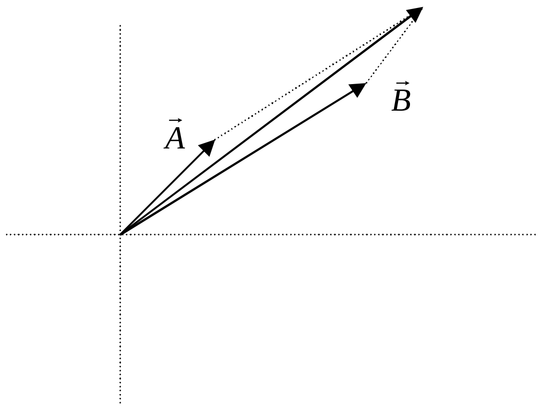
Donat el vector $\vec{A}$ = (2,3) i el vector $\vec{B}$ = (3,6)

a) Trobar el vector $\vec{A} + \vec{B}$.
b) Representar-lo en els eixos de coordenades ortogonals *xy*.
c) Buscar el mòdul del vector $\vec{A} + \vec{B}$.

Resolució

a) $\vec{A} + \vec{B} = (2+3,3+6) = (5,9)$

b)



c) $\left|\vec{A}+\vec{B}\right| = \sqrt{5^2+9^2} = 10.3$

Exemple 1.6

Donats els vectors $\vec{A}$ = (2,1,2), $\vec{B}$ = (1,1,1), i $\vec{C}$ = (3,2,4), trobar el vector $\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}$.

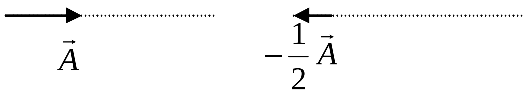
Resolució

$$\vec{A}+\vec{B}-\vec{C} = (2+1-3,1+1-2,2+1-4) = (0,0,-1)$$

1.4 Producte d'un escalar per un vector

Conceptes bàsics

El resultat de multiplicar un escalar per un vector és un altre vector que té les característiques següents: sigui $\vec{A}$ el vector que multipliquem per l'escalar *n* donant com a resultat de l'operació el vector $\vec{B}$. Aleshores, el mòdul de $\vec{B}$ és n vegades el de $\vec{A}$. La seva direcció és la de $\vec{A}$, i té el mateix sentit que $\vec{A}$ si *n* és positiu, i sentit contrari a $\vec{A}$ si *n* és negatiu (veure dibuix).



Exemple 1.7

Donat el vector $\vec{A} = (2,3,1)$, trobar el vector $\vec{B} = 2\cdot\vec{A}$

Resolució

$$\vec{B} = 2\cdot(2,3,1) = (4,6,2)$$

El vector $\vec{B}$ té la mateixa direcció i sentit que el vector $\vec{A}$, però el seu mòdul és dos vegades més gran.

Exemple 1.8

Donat el vector $\vec{A} = (3,3,2)$, trobar el vector $\vec{B} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{A}$

Resolució

$$\vec{B} = -\frac{1}{2} \cdot (3,3,2) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -1 \right)$$

El vector $\vec{B}$ té la mateixa direcció i sentit contrari que el vector $\vec{A}$, i el seu mòdul és la meitat que el d' $\vec{A}$.

1.5 Vector unitari d'un vector donat

Conceptes bàsics

El vector unitari d'un vector donat és un altre vector que té les següents característiques: el seu mòdul és la unitat, i la seva direcció i sentit són els del vector donat. Cal destacar els vectors unitaris associats als eixos de coordenades ortogonals *xyz*. Aquests són: el vector unitari $\vec{i}$ en l'eix de la *x*, el vector unitari $\vec{j}$ en l'eix de la *y*, i el vector unitari $\vec{k}$ en l'eix de la *z*. Després del que s'ha dit, es pot concloure que qualsevol vector es pot escriure com a producte del mòdul pel seu vector unitari:

$$\vec{A} = \left|\vec{A}\right| \cdot \vec{u}_{\vec{A}}, \text{ per tant } \vec{u}_{\vec{A}} = \frac{\vec{A}}{\left|\vec{A}\right|}$$

Exemple 1.9

Donat el vector $\vec{A} = (4,3)$, determinar el vector unitari de $\vec{A}$

Resolució

Utilitzant la definició de vector unitari d'un vector donat, $\vec{u}_{\vec{A}} = \frac{\vec{A}}{\left|\vec{A}\right|}$, el mòdul del vector $\vec{A}$ és:

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

per tant el vector unitari és:

$$\vec{u}_{\vec{A}} = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right)$$

Cal adonar-se que el vector $\vec{u}_{\vec{A}}$ té la mateixa direcció i sentit que el vector $\vec{A}$, però el seu mòdul és la unitat.

Exemple 1.10

Expressar el vector $\vec{A} = (2,3,-4)$ en funció del seu vector unitari.

Resolució

Qualsevol vector es pot expressar com a producte del mòdul pel seu vector unitari, per tant, el mòdul del vector $\vec{A}$ és:

$$A = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

i el vector unitari del vector $\vec{A}$ és:

$$\vec{u}_{\vec{A}} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, -\frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

per tant, el vector $\vec{A}$ es pot expressar en funció del vector unitari de la manera següent:

$$\vec{A} = \sqrt{29} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, -\frac{4}{\sqrt{29}} \right)$$

1.6 Components escalars d'un vector

Conceptes bàsics

Tal com s'ha vist en l'apartat 1.3; qualsevol vector es pot expressar com a suma dels seus components cartesians. Per exemple, en dos dimensions es pot escriure que:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

i pel que s'ha explicat en l'apartat 1.5, es pot concloure que:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$

on A_x i A_y són les components escalars del vector $\vec{A}$. Per trobar l'angle que forma el vector $\vec{A}$ respecte un dels eixos de coordenades, es prosseguirà de la següent manera: sigui j l'angle que forma el vector $\vec{A}$ respecte l'eix de les abscisses, aleshores:

$$\mathrm{tg}\, j = \frac{A_y}{A_x}, \quad \text{per tant,} \quad j = \mathrm{arctg}\frac{A_y}{A_x}.$$

Exemple 1.11

Expressar en les seves components cartesianes un vector $\vec{A}$ de mòdul 2 que forma un angle de 30º amb l'eix o*x* positiu.

Resolució

El vector $\vec{A}$ expressat en funció de les seves components cartesianes és: $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$, aleshores:

$$A \cdot \cos 30^\circ = A_x$$

$$A \cdot sin 30^\circ = A_y$$

en el nostre cas:

$$A_x = 2 \cdot 0.87 = 1.74$$

$$A_y = 2 \cdot 0.5 = 1$$

i per tant, el vector $\vec{A}$ expressat en funció de les seves components cartesianes és:

$$\vec{A} = 1.74\vec{i} + \vec{j}$$

Exemple 1.12

Les components escalars d'un vector $\vec{V}$ són respectivament V_x = 4, i V_y = 1, trobar el mòdul del vector $\vec{V}$, i l'angle que forma respecte l'eix de les abscisses.

Resolució

El vector $\vec{V}$ es pot expressar com $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j}$. Aplicant la definició de mòdul d'un vector s'obté:

$$V = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

Sigui j l'angle format pel vector respecte l'eix positiu de les abscisses, per tant:

$$\mathrm{tg}\, j = \frac{V_y}{V_x} = \frac{1}{4}, \quad \text{per tant,} \quad j = \mathrm{arctg}\, 0.25 = 14^\circ$$

1.7 Producte escalar de dos vectors

El resultat de l'operació del producte escalar de dos vectors és un escalar, i el podem trobar fent el producte dels mòduls dels vectors i multiplicant-los pel cosinus de l'angle que formen. Si $\vec{A}$ i $\vec{B}$ són dos vectors que formen un angle φ, aleshores el producte escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ té la següent expressió:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos j$$

Les propietats més destacables del producte escalar de dos vectors són:

La propietat commutativa: $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. Si dos vectors són perpendiculars, el seu producte escalar és igual a zero, ja que cos90º = 0, per tant els productes dels vectors unitaris associats als eixos de coordenades següents és:

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$$

El producte escalar d'un vector per ell mateix és igual al seu mòdul al quadrat, ja que cos 0º =1, per tant:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

Per això, si es vol efectuar el producte escalar de dos vectors analíticament és procedirà de la següent manera:

Sigui el vector $\vec{A} = (x, y, z)$ i el vector $\vec{B} = (x', y', z')$, aleshores $\vec{A} \cdot \vec{B} = x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z'$

Exemple 1.13

Sigui el vector $\vec{A} = (2,2,2)$, i el vector $\vec{B} = (1,2,1)$. Trobar el producte escalar d'ambdos.

Resolució

Aplicant la definició analítica del producte escalar de dos vectors, s'obté:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 2 + 4 + 2 = 8$$

Exemple 1.14

Donats els vectors de l'exemple 1.13, trobar l'angle que formen ambdos.

Resolució

Aplicant la definició del producte escalar de dos vectors, s'obté:

$$\cos j = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} = \frac{8}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{6}} = 0.94 \text{ , per tant, } j = \arccos 0.94 = 19.9^{\circ}$$

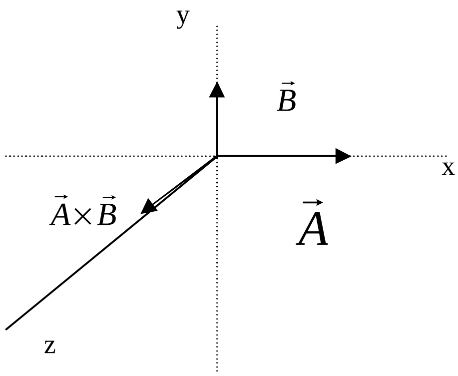
1.8 Producte vectorial de dos vectors

Conceptes bàsics

El resultat de l'operació del producte vectorial entre dos vectors és un altre vector. Podem trobar el seu mòdul fent el producte dels mòduls dels vectors implicats i multiplicant-los pel sinus de l'angle que formen. Si $\vec{A}$ i $\vec{B}$ són dos vectors que formen un angle j, el mòdul del producte vectorial $\vec{A}\times\vec{B}$ té la següent expressió:

$$\left| \vec{A}\times\vec{B} \right| = A \cdot B \cdot sin\, j$$

La direcció del vector resultant de l'operació del producte vectorial entre $\vec{A}$ i $\vec{B}$, $\vec{A}\times\vec{B}$, és perpendicular al pla determinat per $\vec{A}$ i $\vec{B}$. Per saber el sentit, s'haurà d'aplicar la regla del tornavis, o la regla de la ma dreta, en el sentit de gir de $\vec{A}$ cap a $\vec{B}$ pel camí més curt (veure dibuix).



Les propietats més destacables del producte vectorial de dos vectors són:

La propietat anticommutativa: $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$. El producte vectorial d'un vector per ell mateix és zero, ja que *sin 0º* = 0, per tant:

$$\vec{i}\times\vec{i} = \vec{j}\times\vec{j} = \vec{k}\times\vec{k} = 0$$

El mòdul del producte vectorial de dos vectors equival a l'àrea del paral·lelogram que determinen aquests vectors.

Si es vol efectuar el producte vectorial entre dos vectors analíticament s'ha de tenir en compte que:

$\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$, $\vec{j}\times\vec{k} = \vec{i}$, etc.. per tant el desenvolupament del producte $\vec{A}\times\vec{B}$ en les seves components coincideix amb el desenvolupament del determinant format de la manera següent:

En la primera fila es posaran els vectors unitaris associats als eixos de coordenades $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, en la segona fila les components del primer vector A_x, A_y i A_z, i en la tercera fila les components del segon vector, és a dir, B_x, B_y i B_z.

Exemple 1.15

Donats els vectors $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, i $\vec{B} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, trobar el vector $\vec{A} \times \vec{B}$.

Resolució

Desenvolupant el determinant s'obté:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} - \left(6\vec{k} + \vec{j} + 2\vec{i}\right) = 2\vec{j} - 4\vec{k}$$

Exemple 1.16

Trobar l'àrea del paral·lelogram que determinen els vectors $\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{B} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

Resolució

Per trobar l'àrea del paral·lelogram determinat pels vectors $\vec{A}$ i $\vec{B}$ cal buscar el mòdul del producte vectorial d'ambdos. El producte vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$ serà:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} - \left(-\vec{k} + 4\vec{j} + \vec{i}\right) = -3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

i el mòdul de $\vec{A} \times \vec{B}$ és $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{19}$, per tant, l'àrea del paral·lelogram val $\sqrt{19}u^2$.

Problemes

1.1 Escriure les magnituds següents en unitats del Sistema Internacional: volum, densitat volumètrica i velocitat.

1.2 Canviar les unitats expressades en el Sistema Internacional al Sistema cegessimal de les magnituds següents: v = 30 m/s, F= 100 Kg m/s, r = 1000 Kg/m^3, i a =3 m/s^2.

1.3 Expressar les següents unitats en unitats del Sistema Internacional: 1km/h, 1m/min, 2kp, i $1cm^3$.

1.4 Expressar en les seves components cartesianes un vector de mòdul 7 que forma un angle de 23º amb l'eix ox positiu.

1.5 Donades les components escalars d'un vector $A_x = 2$, i $A_y = 3$, trobar el mòdul del vector i l'angle que forma respecte l'eix de l'ordenada.

1.6 Dibuixar el vector $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Trobar el seu vector unitari.

1.7 Trobar el mòdul i l'angle que forma amb l'eix ox el vector resultant de la suma de tres vectors, dels quals ens donen la següent informació: el mòdul del primer vector és 2 i forma un angle de 30º respecte l'eix ox positiu. El mòdul del segon vector és 3, i forma un angle de 135º respecte l'eix ox positiu, i el tercer vector és el $-2\vec{j}$.

1.8 Descompondre el vector $\vec{A} = (2,4,6)$ en les direccions dels vectors: $\vec{B} = (2,0,0)$, $\vec{C} = (0,2,0)$ i $\vec{D} = (0,0,2)$.

1.9 Trobar un vector de mòdul 1 en la direcció del vector $\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

1.10 Donats els vectors $\vec{A} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\vec{B} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, calcular el mòdul de cadascun d'ells.

1.11 Donats els vectors $\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ i $\vec{B} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, trobar el producte escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$,

1.12 Donats els vectors $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\vec{B} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, trobar l'angle format entre ambdos,

1.13 Donats els vectors $\vec{A} = 5\vec{i} + 6\vec{j} - 12\vec{k}$ i $\vec{B} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 10\vec{k}$, trobar els vectors $\vec{A} + \vec{B}$ i $\vec{A} - \vec{B}$,

1.14 Calcular el producte vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$, essent $\vec{A} = (2,3,5)$ i $\vec{B} = (1,1,2)$.

1.15 Donats els vectors $\vec{A} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ i $\vec{B} = n\vec{i} + 5\vec{j}$, trobar n perquè el vector $\vec{C} = 2 \cdot \vec{A} + \vec{B}$ sigui unitari.

1.16 Donats els vectors $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, calcular: $(\vec{A} + 3 \cdot \vec{B}) \cdot (4 \cdot \vec{A} - 2 \cdot \vec{B})$.

1.17 Donat el vector $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$. Calcular: a) un vector perpendicular al donat, essent la seva segona component 3; b) un vector unitari perpendicular a l' $\vec{A}$.

1.18 Trobar l'àrea del paral·lelogram determinat pels vectors $\vec{A} = (1,2,-2)$ i $\vec{B} = (-3,1,-3)$.

1.19 Utilitzant els vectors de l'exercici 1.16, trobar l'àrea del triangle determinat per ambdos.

1.20 Sabem que el resultat del producte vectorial de dos vectors és el vector $-8\vec{i}+19\vec{j}-2\vec{k}$, i que el mòdul d'un és $\sqrt{29}$, i el de l'altre és $\sqrt{30}$. Trobar l'angle que formen ambdos vectors.

Solucions

1.1 $V \equiv m^3$, $r \equiv kg/m^3$, $v \equiv m/s$

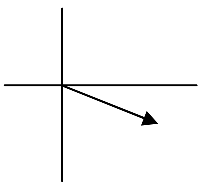
1.2 v = 3000cm/s, $F = 10^7$g·cm/s, r = 1g/cm^3, a = 300cm/s^2

1.3 1km/h = 0.28 m/s, 1m/min = $17\cdot10^{-3}$ m/s, 2kp = 19.6 N, 1cm^3 = 10^{-6} m^3

1.4 $A_x = 6.44$, $A_y = 2.74$

1.5 $A=\sqrt{13}$, j = 33.7º

1.6



$$\vec{u}_{\vec{A}}=\frac{3}{\sqrt{13}}\vec{i}-\frac{2}{\sqrt{13}}\vec{j}$$

1.7 R = 1.18, j = 109.2º

1.8 $\vec{b}=(2,0,0)$, $\vec{c}=(0,4,0)$, $\vec{d}=(0,0,6)$

1.9 $\vec{u}_{\vec{A}}=\frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{k}$

1.10 $A=\sqrt{29}$, $B=\sqrt{30}$

1.11 $\vec{A}\cdot\vec{B}=13$

1.12 j = 32.47º

1.13 $\vec{A}+\vec{B}=9\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$

$\vec{A}-\vec{B}=\vec{i}+11\vec{j}-22\vec{k}$

1.14 $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

1.15 n = -4

1.16 $\left(\vec{A}+3\cdot\vec{B}\right)\cdot\left(4\cdot\vec{A}-2\cdot\vec{B}\right)=62$

1.17 a) $\vec{v} = -\frac{9}{2}\vec{i} + 3\vec{j}$, b) $\vec{u}_{\vec{v}} = -0.83\vec{i} + 0.55\vec{j}$

1.18 $A = 12.08\ \mathrm{u}^2$

1.19 $A = 4.75\ \mathrm{u}^2$

1.20 $j = 44.6º$