TEMA 4 CAUSES DEL MOVIMENT. DINÀMICA II

Objectius

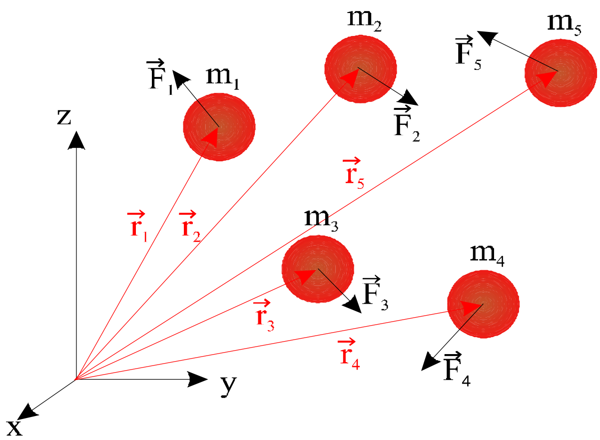
S'estudiarà el moviment del centre de masses d'un sistema de partícules. S'introduiran magnituds molt importants com ara: la quantitat de moviment i la seva conservació quan es produeix un xoc entre dos o més cossos, l'energia cinètica que esta associada amb la massa i la velocitat que assoleix un cos, la energia potencial associada a la posició de l'objecte i el teorema de la conservació de la energia mecànica.

Índex

4.1 Moviment del centre de masses.

Conceptes bàsics

El centre de masses (c.d.m. o CM) d'un sistema de partícules és aquell punt on està concentrada tota la massa del sistema i es mou com si sobre seu actuessin totes les forces externes aplicades al sistema. Les forces internes s'anul·len entre si perquè són d'acció i reacció. Tenim un sistema de partícules sobre les quals actuant forces externes, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots$ La posició $\vec{R}$ del centre de masses es calcula de la manera següent:



$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_{i=1} m_i \vec{r}_i}{M}, \quad \text{on} \quad M = \sum_{i=1} m_i$$

En components:

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}, \; Y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}, \; Z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

La velocitat del centre de masses és:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{\sum_{i=1} m_i \vec{v}_i}{M}$$

La acceleració del centre de masses és:

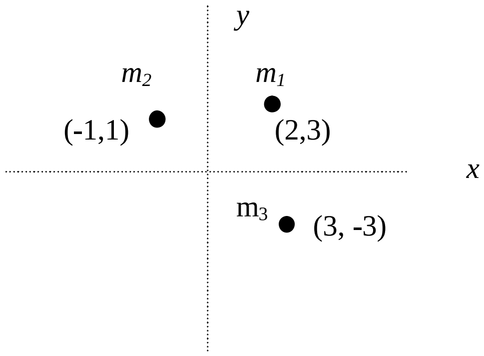
$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum_{i=1} m_i \vec{a}_i}{M}$$

La segona llei de Newton aplicada a un sistema de partícula és:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}$$

Exemple 4.1

Calculeu la posició del centre de masses del sistema discret de partícules de la figura. Les masses són m_1 = 1 g, m_2 = 2 g i m_3 = 3 g. Les posicions de les partícules estan en *cm*. Aquest sistema esta sotmès a una força $\vec{F} = (3\vec{i} + 5\vec{j})$ N aplicada sobre la massa m_1. Calculeu l'acceleració del centro de masses.



Resolució

La posició del centre de masses serà:

$$X_{CM} = \frac{1\cdot 2 + 2\cdot(-1) + 3\cdot 3}{6} = \frac{9}{6} = 1.5\,\text{cm}$$

$$Y_{CM} = \frac{1\cdot 3 + 2\cdot 1 + 3\cdot(-3)}{6} = \frac{-4}{6} = -0.7\,\text{cm}$$

$$\vec{R}_{CM} = (1.5, -0.7)\ \text{cm}$$

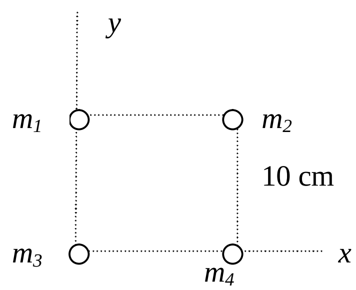
L'acceleració del centre de masses és:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\Sigma \vec{F}_{ext}}{M}$$

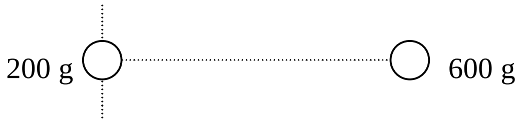
$$\vec{a}_{CM} = \frac{3\vec{i} + 5\vec{j}}{6\cdot 10^{-3}} = (500\vec{i} + 833\vec{j})\,m/s^2$$

Problemes

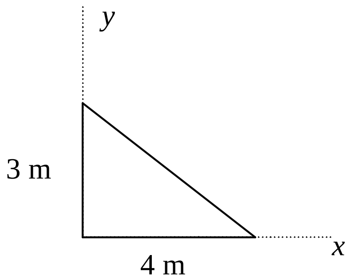
4.1 Les quatre masses de la figura estan col·locades formant un quadrat que fa 10 cm de costat. Els valors d'aquestes masses són, m_1 = 100 g, m_2 = 200 g, m_3 = 300 g i m_4 = 400 g. a) Calculeu el c.d.m.. del sistema. b) Si les masses són iguals en els quatre vèrtexs, calculeu el c.d.m..



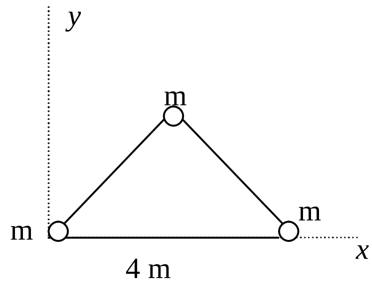
4.2 Un sistema esta format per dues masses puntuals de 200 g y 600 g unides per una vareta de longitud 1 m i massa negligible. a) Calculeu el c.d.m. del sistema. b) Si s'aplica sobre la massa de 200 g una força externa de 5 N, quina serà l'acceleració del c.d.m. del sistema. c) Calculeu l'espai recorregut pel sistema desprès de 5 s. d) En quina posició estarà el c.d.m. del sistema desprès dels 5 s ?



4.3 Calculeu la posició del c.d.m. del sistema de la figura format per tres varetes de densitats lineals diferents i constants al llarg de cadascuna. La massa és la mateixa en les tres i val 3 kg.

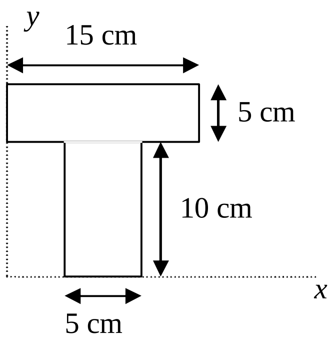


4.4 Calculeu la posició del c.d.m. del sistema de la figura format per tres masses puntuals, *m*, col·locades formant un triangle equilàter que fa 4 m de costat.

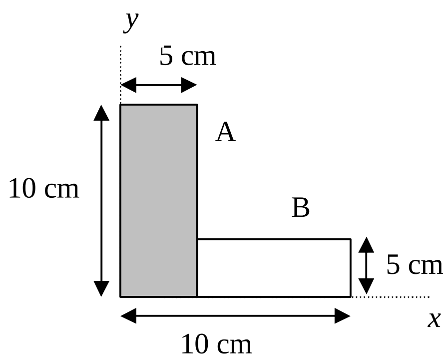


4.5 Una esfera massissa de radi *R* està formada per dos hemisferis de densitats volumíniques homogènies amb valors respectius r_1 = 6 g/cm^3 i r_2 = 0.8 g/cm^3. El c.d.m. d'una semiesfera és (0, 4R/3π). a) Calculeu el c.d.m. de l'esfera. b) Calculeu el c.d.m.. de l'esfera si tota l'esfera fos homogènia.

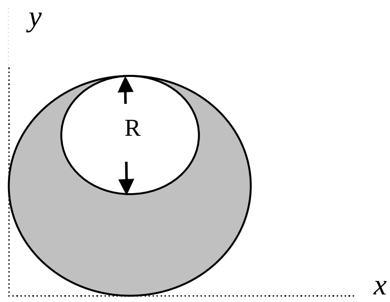
4.6 Calculeu el c.d.m. de la figura plana i densitat superficial homogènia.



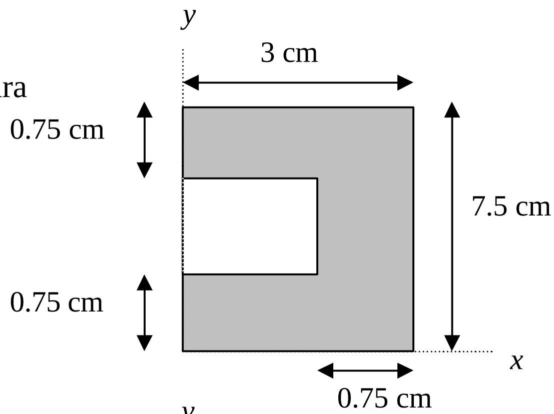
4.7 Determineu: a) la posició del c.d.m. de la figura plana formada per dos materials de densitats superficials homogènies i constants, r_A = 7 g/cm^2 i r_B = 12 g/cm^2. b) On seria si les dues parts fossin del mateix material ?



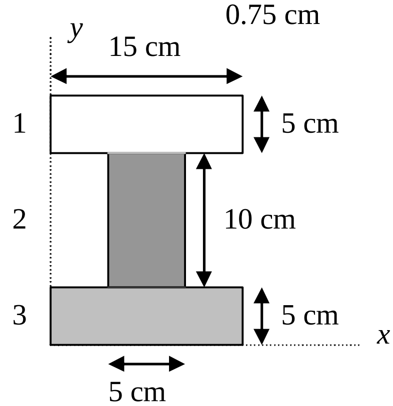
4.8 Calculeu el c.d.m. de la figura plana homogènia que està ombrejada.



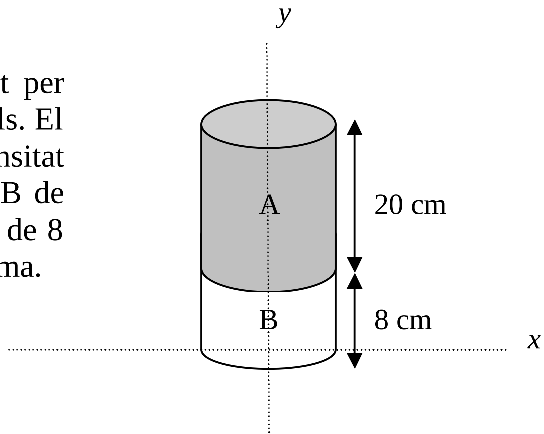
4.9 Calculeu la posició del c.d.m. de la figura plana i homogènia.



4.10 Calculeu la posició del c.d.m. de la figura plana. El rectangle *1* té una densitat superficial homogènia de 0.8 g/cm^3, el *2* la té de 3 g/cm^3 i el *3* la té de 4 g/cm^3.



4.11 Un cilindre de longitud *L* està format per dos cilindres units de diferents materials. El cilindre A, de radi *R*, té una densitat homogènia de 0.6 g/cm^3 i el cilindre B de mateix radi té una densitat homogènia de 8 g/cm^3. Calculeu el c.d.m. de tot el sistema.



4.2 Quantitat de moviment. Conservació de la quantitat de moviment.

Conceptes bàsics:

• El moment lineal o quantitat de moviment d'una partícula de massa m que té una velocitat $\vec{v}$ es defineix com: $\vec{p} = m\vec{v}$. El moment lineal o quantitat de moviment és una magnitud vectorial que té:

mòdul: mv

direcció y sentit: igual que la velocitat.

Unitat en el S.I: kg·m/s

• La quantitat de moviment d'un sistema de partícules és:

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i = M\vec{V}_{CM}$$

La segona llei de Newton es pot posar en funció del $\vec{P}$ de la manera següent:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} = \frac{d\left(M\vec{V}_{CM}\right)}{dt} \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

"La variació de la quantitat de moviment només és deguda a les forces externes que actuen sobre el sistema". Si la suma de forces externes és zero, la quantitat de moviment és constant.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P} = ctt$$

Quan $\sum \vec{F}_{ext} = 0$, es diu que el sistema és un sistema aïllat.

El principi de la conservació de la quantitat de moviment lineal diu: "En un sistema aïllat, la velocitat del centre de masses és constant i la quantitat de moviment es conserva". Aquest principi té un gran interès en la física. Es compleix en qualsevol tipus de xoc elàstic i inelàstic entre dos o més cossos, sempre que s'esculli com a sistema el conjunt format per tots els elements que intervenen en el xoc. Si s'escull com a sistema una part dels elements que intervenen en el xoc, aleshores no es compleix el principio perquè existeixen forces externes al sistema (les que exerceixen la resta dels elements) que canvien la quantitat de moviment, és a dir, la força resultant exterior sobre el sistema elegit no és nul·la.

• Impuls d'una força: quan sobre un objecte de massa m que es mou a una velocitat $\vec{v}$, hi actua una força constant $\vec{F}$ durant un interval de temps Dt, el canvi en la quantitat de moviment $\vec{p}$ en l'interval de temps es defineix com l'impuls $\vec{I}$ de la força.

$$\vec{I} = D\vec{p} = \vec{F}Dt$$

Exemple 4.2

Es llança horitzontalment contra una paret un ou de massa 60 g amb una velocitat de 6 m/s i es deforma 4 cm aproximadament. Calculeu: a) el temps que dura el xoc. b) la variació de la quantitat de moviment, c) la força i l'acceleració durant el xoc, suposades aquestes constants.

Resolució

Sí el sistema que escollim està format per l'ou i la paret, la variació en la quantitat de moviment d'aquest sistema es zero perque les forces externes que hi actuen (el pes de l'ou) son molt petites comparades amb les forces de interacció o impulsores interns del xoc entre l'ou i la paret. Por tant aquest sistema es pot considerar aïllat.

Sí escollim l'ou com sistema, sobre aquest actua una força externa impulsora del xoc i podrem calcular-la.

El sistema que estudiarem, per tant, és l'ou.

a) Primer es calcula la velocitat mitjana que assoleix l'ou:

$$\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{6+0}{2} = 3\,\text{m/s}$$

el temps que dura el xoc és:

$$t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{0.04}{3} = 0.013\,\text{s}$$

b) La variació en la quantitat de moviment és la quantitat de moviment final menys l'inicial:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - (0.06 \cdot 6) = -0.36\vec{i}\ \text{kg·m/s}$$

El mòdul de la variació en la quantitat de moviment és: 0.36 kg·m/s

c) la força promitja constant que actua sobre l'ou durant el interval de temps que dura el xoc és:

$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{0.36}{0.013} = 27.7\,\text{N}$$

Aquest valor de força pot identificar-se com una massa de aproximadament 2.8 kg caient sobre l'ou..

L'acceleració, aproximadament constant en el mateix interval de temps, és:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{27.7}{0.06} \approx 462\,\text{m/s}^2$$

Problemes

4.12 Un objecte, situat inicialment en l'origen de coordenades, de 2 kg de massa, té una quantitat de moviment instantània de $\vec{P} = 16\vec{i}$ kg·m/s. Sobre aquest objecte actua una força de valor $\vec{F} = \left(5\vec{i} + 8\vec{j}\right)$N. Calculeu: a) l'acceleració de l'objecte, b) la velocitat, c) la posició després de 2 s, d) la quantitat de moviment de l'objecte després dels 2 s.

4.13 Un conductor de massa 80 kg circula en un cotxe a 60 km/h i porta posat el cinturó de seguretat. En un moment determinat xoca contra un mur. La deformació que experimenta el cotxe és la distancia recorreguda pel cotxe fins que para. Suposeu que aquesta distància és de 60 cm. Calculeu: a) El temps que dura el xoc. b) La variació de la quantitat de moviment del cap del home de massa 3.5 kg aproximadament. c) La força i l'acceleració suposades constants durant el xoc, que fa el coll sobre el cap del conductor.

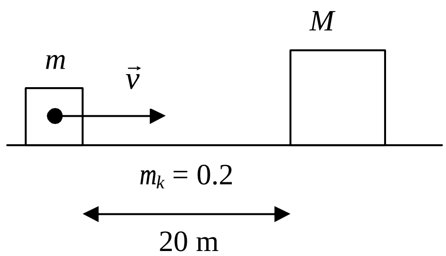
4.14 El conductor del problema anterior no porta el cinturó de seguretat. Estimeu la força que experimenta el cap en el xoc suposant que aquesta rep el cop a sobre del volant.

4.15 Un nen de 50 kg de massa salta endavant i cap enfora des d'una barca de 2000 kg. Ambdós es trobaven en repòs. El nen salta a una velocitat de 7 m/s. Quina serà la velocitat de retrocés de la barca buida?

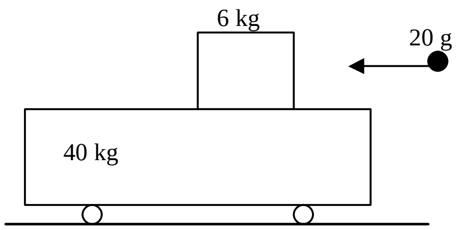
4.16 Es dipara un projectil en una direcció que forma un angle de 45° amb l'horitzontal i a una velocitat de 400 m/s. Quan el projectil arriba al punt més alt de la seva trajectòria, explota i es trenca en dues parts de la mateixa massa. Una part, amb velocitat inicial zero, cau verticalment. A quina distància del punt on s'ha disparat el projectil caurà sobre el terreny el segon fragment?.

4.17 Dues nenes de masses m_1 = 45 kg i m_2 =40 kg patinen en una pista de gel. Inicialment estan en repòs i s'empenyen l'una a l'altra. a) Calculeu la velocitat del c.d.m. 2 s després de deixar-se anar. La nena de massa m_1 surt amb una velocitat de 2 m/s. b) Quina velocitat assoleix l'altra nena?. c) Calculeu l'espai que separa ambdues nenes quan han passat 2 s.

4.18 Un cos de massa m = 5 kg té una velocitat constant de 5 m/s i en aquest instant se aplica una força horitzontal constant de 10 N. Xoca amb un altre objecte de massa M = 80 kg en repòs i queda encastat. a) Calculeu la velocitat de la massa m just abans del xoc. b) Calculeu la velocitat del conjunt just després del xoc.



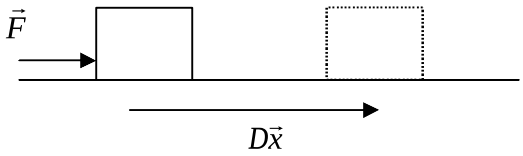
4.19 Disparem una massa de 20 g a una velocitat de 500 m/s contra un cos de massa 6 Kg que reposa sobre un carretó. El coeficient de fricció entre el cos i el carretó és 0.4. Sabent que la massa del carretó és de 40 kg i que pot rodar lliurement, trobeu: a) la velocitat del cos sobre el carretó després de l'impacte. b) l'acceleració del cos i del carretó.



4.3 Treball i potencia.

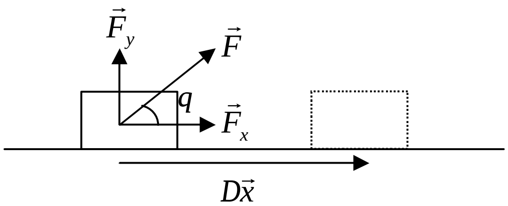
Conceptes bàsics:

• Treball (W) realitzat per una força constant que actua durant tot el moviment:



$$W = F \cdot \Delta x$$

•Treball realitzat per una força constant que no acta en la direcció del moviment:



$$W = F_x \cdot \Delta x = F \cos\theta \cdot \Delta x$$

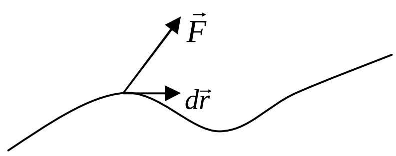
La component $\vec{F}_y$ no realitza treball.

El treball és una magnitud escalar i la seva unitat en el Sistema Internacional (S.I.) es el Joule. 1 J = 1 N·m

• En notació vectorial, i tenint en compte la definició de producte escalar de dos vectors, l'expressió del treball és:

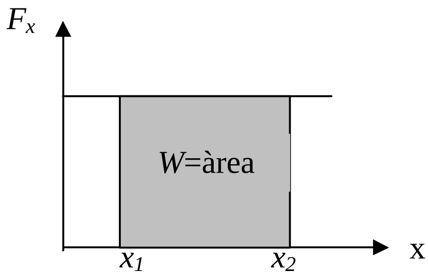
$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$$

• Si la força no és constant i la trajectòria no és rectilínia, aquesta es descompon en petits trams, prou petits com per poder considerar constant la força i el moviment rectilínio. En el cas límit aquest trams són infinitesimals i cada un dels trams es pot considerar representat per un vector $d\vec{r}$. El treball en cada un dels trams és: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ i el treball total és:



$$W_{if} = \int_i^f dW = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

• Mètode gràfic per calcular el treball:



La potència relaciona el treball amb l'interval de temps en què es realitza.

Potència promitja , $\overline{\mathrm{P}} = \frac{\Delta \mathrm{W}}{\Delta \mathrm{t}}$

La unitat en el S.I. és el Watt. 1W = 1 J/s

4.4 Energia cinètica.

Conceptes bàsics

La energia cinètica, *K*, és una mesura del treball que una força pot realitzar en virtut del seu moviment. Per un cos de massa *m* que es mou a una velocitat *v*, la energia cinètica associada és:

$$K \equiv \frac{1}{2} m v^2$$

• Teorema del treball i l'energia: el treball i l'energia cinètica es poden relacionar de la manera següent:

$$W = DK$$

on, *W* és el treball realitzat per totes las forces que actuen sobre el cos i *DK* és la variació en l'energia cinètica experimentada pel cos, es a dir la energia cinètica final menys la inicial.

4.5 Forces conservatives y energia potencial.

Conceptes bàsics:

Una força es conservativa quan compleix que: el treball realitzat per aquesta força no depèn del camí recorregut.Una definició equivalent és que el treball realitzat per la força al llarg d'un camí tancat és zero.

Són forces conservatives: la gravitatòria, l'elàstica, l'elèctrica. La força de fricció és una força no conservativa.

Els efectes de qualsevol força conservativa es poden descriure mitjançant un terme d’energia potencial.

Exemples:

• Si llancem un objecte de pes P cap a dalt des d’una alçada inicial h_i fins a una alçada final h_f, l’única força que actua és la gravitatòria, sempre que negligim el fregament amb l’aire. El treball realitzat per aquesta força conservativa és:

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_i^f - mgdr = -(mgh_f - mgh_i)$$

El terme mgh s’anomena energia potencial gravitatòria, U. Per tant:

$$W = -DU$$

En general, per qualsevol força conservativa que realitzi treball es compleix:

$$W_{conserv} = -DU$$

• Una altre força conservativa és la força elàstica d’una molla. Si un objecte de massa m unit a una molla de constant elàstica K es desplaça des d’una posició inicial fins a una posició final, el treball realitzat per la força elàstica de la molla és:

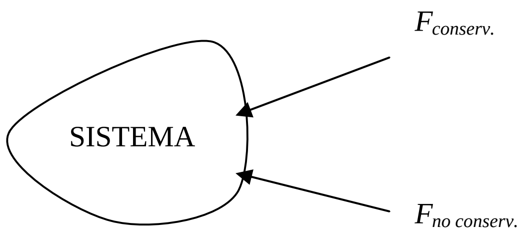
$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_i^f -kxdx = \left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

Per tant, en aquest cas la energia potencial elàstica és el terme $\frac{1}{2}kx^2$

4.6 Energia mecànica. Conservació de l’energia mecànica.

Conceptes bàsics

Sí sobre un sistema realitzen treball forces conservatives i no conservatives , el treball total és:



$$W = W_{conserv.} + W_{no\ conserv.}$$

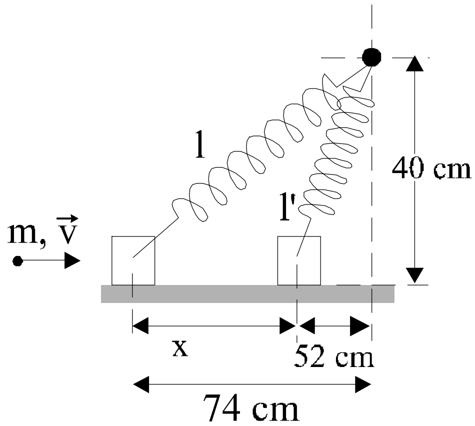
Apliquem el teorema del treball i l’energia:

$$\Delta K = W$$
$$DK = -DU + W_{no\ conserv.}$$
$$DK + DU = W_{no\ conserv.}$$
$$D(K + U) = W_{no\ conserv.}$$

El termino $K + U$ s'anomena energia mecànica. La energia total sempre es conserva
Si $W_{no\ conserv.} = 0$, l'energia mecànica es conserva $\Rightarrow$ $DK = -DU$

Exemple 4.3

Un objecte de massa m = 200 g, i velocitat 100 m/s xoca, de forma totalment inelàstica, amb una caixa cuadrade que fa 20 cm de costat i massa M = 100 kg, que està unida pel seu centre geomètric a una molla de constant elàstica 4000 N/m i longitud natural de 50 cm i queda encastada. Calculeu: a) la velocitat del conjunt després del xoc. b) Es constant l'acceleració del conjunt després del xoc?. c) Calculeu la pèrdua d'energia durant el xoc. d) Calculeu la velocitat del sistema quan aquest ha recorregut la distància x



Resolució

Aquest xoc és inelàstic i por tant és conserva la quantitat de moviment del sistema objecte-caixa però no és conserva l'energia.

a) Primer es planteja la conservació de la quantitat de moviment i així calcularem la velocitat del conjunt després del xoc.

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$
$$mv = (m + M)V$$
$$V = \frac{0.2 \cdot 100}{1200} = 0.017 m/s$$

b) L'acceleració no és constant perque actua la força elàstica de la molla i aquesta depèn de la posició.

c) L'energia abans i desprès del xoc no es conserva però si es conserva l'energia mecànica després del xoc i fins quel sistema ha recorregut l'espai de 2 m.

Abans del xoc l'energia mecànica te dos components, l'energia cinètica associada a l'objecte que es mou i l'energia potencia elàstica associada a la molla que es troba estirada.

La longitud de la molla és :

$$l = \sqrt{0.3^2 + 0.74^2} = 0.8\,\mathrm{m}$$

L'energia mecànica abans del xoc és:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}K(l - l_0)^2 = 1000 + 180 = 1180\,\mathrm{J}$$

Desprès del xoc l'energia mecànica val:

$$E = \frac{1}{2}(m + M)V^2 + \frac{1}{2}K(l - l_0)^2$$

i per tant la variació d'energia mecànica és:

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = 1000 - 0.1734 = 999.83\,\mathrm{J}$$

d) Aplicarem el teorema de la conservació de l'energia mecànica després del xoc i fins que recorre la distancia *x*.

La longitud *l'* val :

$$l' = \sqrt{0.3^2 + 0.52^2} = 0.6\,\mathrm{m}$$

$$E_i = E_f$$

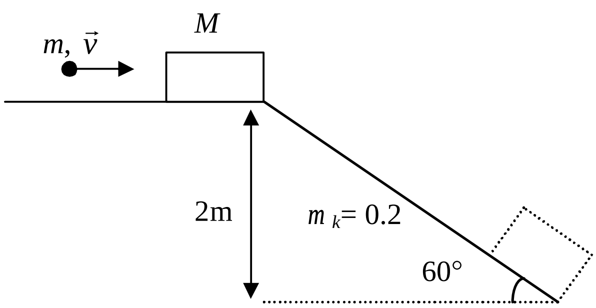
$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 + \frac{1}{2}K(l - l_0)^2 = \frac{1}{2}(m + M)V_f^2 + \frac{1}{2}K(l' - l_0)^2$$

Substituint els valors numèrics i aïllant la V_f:

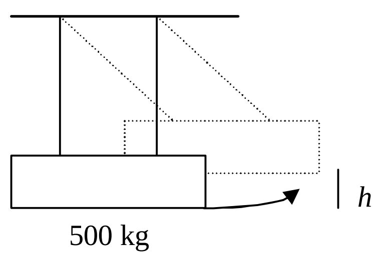
$$V_f = 0.071\ \mathrm{m/s}$$

Problemes

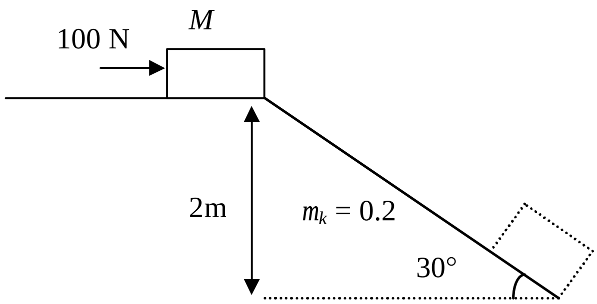
4.20 Un cos de massa m = 20 g i velocitat 50 m/s xoca amb un altre cos en repòs de massa M = 2 kg. Ambdós baixen per un pla inclinat d'angle 60° i coeficient de fricció cinètic 0.2. Calculeu la velocitat del sistema al final del pla inclina aplicant el teorema de la conservació de l'energia mecànica.



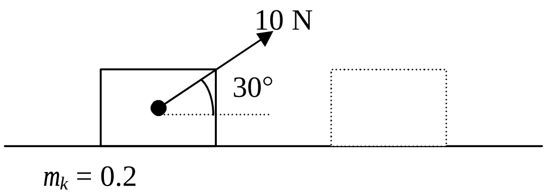
4.21 Un pèndol balístic de massa 500 kg es troba en repòs. Una massa puntual de 400 g i velocitat 100 m/s xoca i queda encastada. A quina alçada *h* pujarà el pèndol?



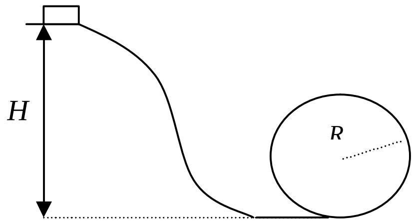
4.22 Una força constat de valor 100 N actua sobre un objecte de massa M = 80 kg durant tot el moviment. Calculeu, a partir de la conservació de l'energia mecànica, la velocitat de l'objecte al final del pla inclinat que té un angle de 30°. El coeficient de fricció cinètic entre l'objecte i el pla és 0.2.



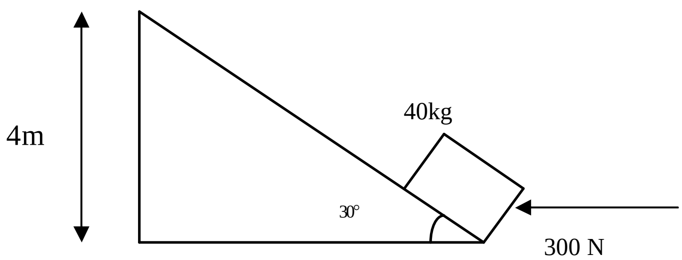
4.23 Un bloc de massa 2 kg inicialment en repòs, és sotmès a una força constant de 10 N. El coeficient de fricció cinètic es 0.2. Calculeu l'acceleració i la variació de energia cinètica que experimenta quan han passat 3 s.



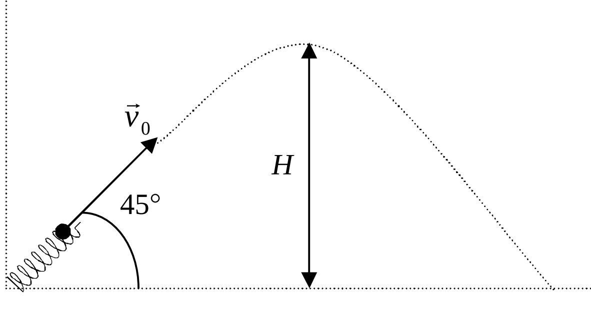
4.24 En unes muntanyes russes on el fregament se suposa pràcticament nul, un rodet es disposa a fer un bucle de radi R. Si es deixa anar des del repòs situat a una alçada H respecte la base del cercle, determineu el valor mínim de H perquè el rodet no caigui quan arriba al punt més alt del cercle.



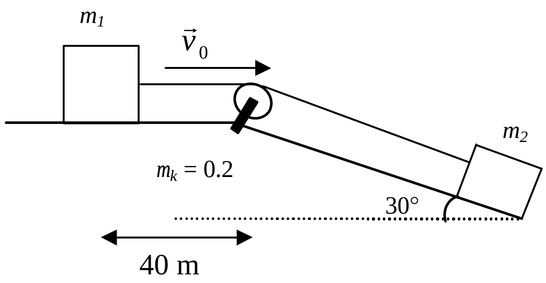
4.25 Un objecte de massa 40 kg puja un pla inclinat que forma un angle de 30° respecte a l'horitzontal sota l'efecte d'una força horitzontal constant de 300 N (vegeu figura). Si inicialment l'objecte està aturat, determineu, a partir del càlcul de l'energia mecànica, la velocitat de l'objecte quan ha pujat 4 m. Suposeu que el fregament és negligible.



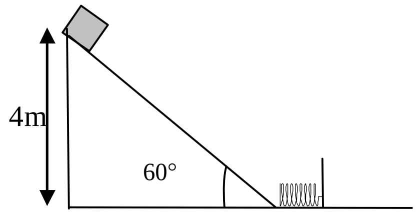
4.26 El dispositiu següent serveix per llançar una boleta de massa 80 g. Una molla de constat elàstica 4000 N/m i longitud natural de 20 cm esta situat en l'origen de coordenades i inclinat un angle de 45°. La molla esta comprimida 50 mm. a) Calculeu la velocitat de sortida de la boleta b) Calculeu la alçada màxima H que puja respecte a l'eix horitzontal.



4.27 En el sistema de la figura la massa m_1 es mou inicialment amb una velocitat de 4 m/s. Els valors de les masses són m_1 = 6 kg i m_2 = 14 kg. El coeficient de fricció cinètic en els dos plans (horitzontal i inclinat) val 0.2. La massa de la politja és negligible i la corda és inextensible. Calculeu: a) l'espai recorregut per la massa m_1 i m_2. b) la energia total dissipada per el moviment dels blocs després de un temps de 3 s.

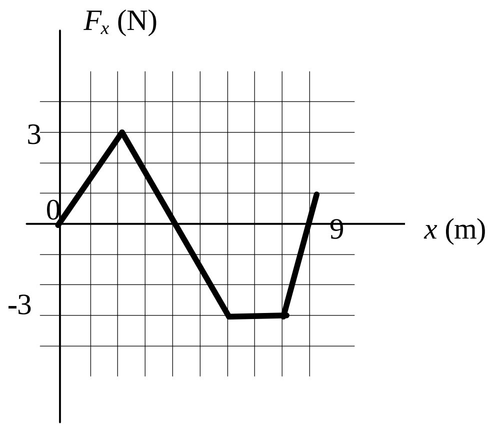


4.28 El bloc de massa m = 2 kg baixa per la rampa de la figura. Calculeu la compressió màxima de la molla de constant elàstica 2000 N/m. El coeficient de fricció cinètic és de 0.3 durant tot el moviment



4.29 Un dia asolellat, l'energia solar incideix sobre el sostre d'una casa amb una intensitat mitjana de 500 W/m^2 durant 8 hores. Quina quantitat d'energia és captada per una placa solar de 1.5 m^2? Si el seu rendiment és d'un 70 %, calculeu el nombre de radiadors de 500W que poden estar encesos durant 5 hores.

4.30 La figura mostra la variació d'una força F_x amb la posició, x. A partir del gràfic, calculeu el treball fet per la força quan una partícula es mou des de x = 0 fins als següents valors de x : 2, 4, 6, 8 i 9 m.



Solucions

4.1 a) (6,3) cm, b) (5,5)

4.2 a) 75 cm de la massa de 200 g, b) 6.25 m/s^2, c) 78.12 m, d) 78.875 m

4.3 (1.3, 1.0) m

4.4 (2, 1.15) m

4.5 a) (0, 0.32R), b) (0, 0)

4.6 (7.5, 9.5) cm

4.7 a) (4.8. 3.8) cm, b) (4.17, 4.17) cm

4.8 (*R*, -2*R*/3)

4.9 (2.06, 3.75) cm

4.10 (7.5, 6.47) cm

4.11 (0, 6.24) cm

4.12 a) $\vec{a} = \left(2.51\vec{i} + 4\vec{j}\right)m/s^2$, b) $\vec{v}_f = \left(13\vec{i} + 8\vec{j}\right)m/s$, c) $\vec{r} = \left(21\vec{i} + 8\vec{j}\right)m$
d) $\vec{P}_f = \left(26\vec{i} + 16\vec{j}\right)kg \cdot m/s$

4.13 a) 0.072 s, b)59.5 kg·m/s, c)826 N, 236 m/s^2

4.14 1653 N

4.15 0.175 m/s

4.16 24.4 km

4.17 a) 0, b) 2.25 m/s, c) 12.75 m

4.18 a) 6.6 m/s, b) 0.39 m/s

4.19 a) 1.7 m/s, b) –3.92 m/s^2, 0.59 m/s^2

4.20 6.19 m/s

4.21 0.326 mm

4.22 6.4 m/s

4.23 74 J

4.24 5R/2

4.25 5.05 m/s

4.26 a) 11.18 m/s, b) 3.296 m

4.27 a) 19.4 m cadascú , b) 689 J

4.28 0.25 m

4.29 1 radiador

4.30 3 J, 6 J, 3 J, -3 J, -4.5 J