

TEMA 7 MAGNETISME

Objectius

Assolir els coneixements de la fenomenologia bàsica del magnetisme. La descripció física dels fenòmens electromagnètics es realitza emprant els conceptes vectorials de força magnètica i de camp magnètic. La resolució dels problemes ha de permetre afermar l'àlgebra vectorial. S'analitzarà el moviment d'una partícula carregada sota l'acció d'un camp magnètic uniforme i es comenten diverses aplicacions del magnetisme a la ciència i a la tecnologia. Conèixer la base de la mesura de camp magnètic utilitzant l'efecte Hall. Es comenta el magnetisme a la matèria.

Índex

- 7.1 Magnetisme. Representació del camp magnètic.
- 7.2 Força d'un camp magnètic sobre una càrrega en moviment.
- 7.3 Moviment d'una partícula carregada en un camp magnètic uniforme.
- 7.4 Força d'un camp magnètic sobre un conductor on hi circula un corrent elèctric
- 7.5 Força i moment magnètics sobre espires de corrent i imants.
- 7.6 Mesura de camp magnètic. Efecte Hall.
- 7.7 Magnetisme a la matèria.

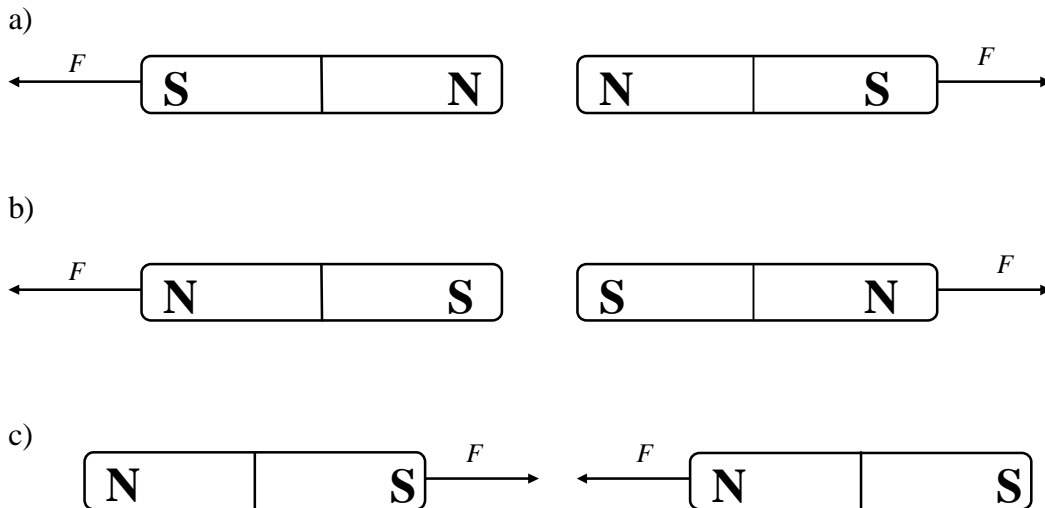
7.1 Magnetisme. Representació del camp magnètic

Conceptes bàsics

Les forces magnètiques són les forces que s'exerceixen les càrregues elèctriques quan estan en *moviment* les unes envers les altres. Els fenòmens elèctrics i magnètics tenen un origen comú, la càrrega elèctrica, i la seva anàlisi es fonamenta en la teoria electromagnètica. La propietat d'un determinat mineral d'atraure trossos de ferro ja es coneixia a l'antiga Grècia. Al segle XIX, Oersted va descobrir que un corrent elèctric afectava l'orientació de l'agulla d'una brúixola, relacionant els fenòmens elèctrics i magnètics. La teoria electromagnètica fou establerta per J.C. Maxwell vers 1860, demostrant per exemple que un camp elèctric variable produeix un camp magnètic.

El moviment net de càrrega, origen dels fenòmens magnètics, es pot visualitzar en tres casos:

- moviment de càrregues puntuals.
- intensitat de corrent circulant per un medi conductor: La intensitat de corrent és originada per un transport net de càrrega en una direcció concreta. Com que una intensitat fàcilment mesurable correspon a una densitat important de partícules portadores de càrrega, en lloc de fer l'anàlisi a partir d'aplicar el principi de superposició a totes les càrregues s'utilitza la intensitat de corrent per a descriure el moviment
- imant: en el cas d'un imant el moviment net de càrrega es produeix a bagues de corrent a l'interior del material imantat degudes al moviment intrínsec de les càrregues atòmiques, amb una determinada orientació en una zona concreta (anomenada domini) del material. En els imants es detecten dos pols magnètics (pol nord i pol sud). Es constata que dos pols nord (o sud) es repel·leixen entre si, i un pol nord i un pol sud s'atreuen entre si (vegeu figura).

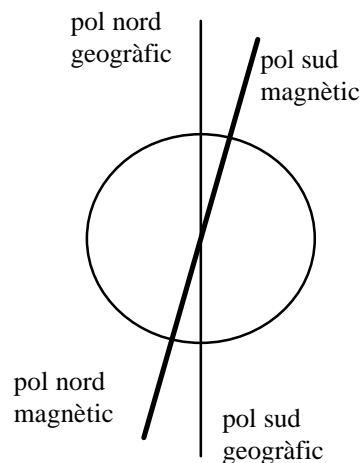
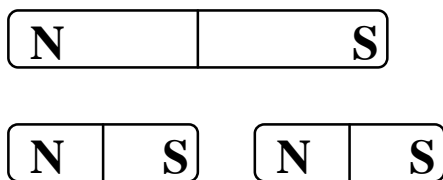


En dividir un imant **no** existeix cap constatació experimental de l'existència d'un monopol magnètic. El resultat són dos imants més petits, ambdós amb una intensitat més dèbil. Les forces magnètiques s'exerceixen a distància. Per tant, per a la descripció de la interacció electromagnètica amb l'entorn és adient introduir el concepte de camp magnètic \vec{B} (també anomenat inducció magnètica). El camp magnètic és un camp vectorial. La unitat del sistema internacional és el Tesla (T). La unitat corresponent al sistema cegesimal és el Gauss (G). La relació entre ambdues unitats és $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$.

Representació del camp magnètic:

De forma anàloga a d'altres camps vectorials com el camp gravitatori o el camp elèctric, es pot representar el camp magnètic mitjançant línies de camp magnètic (és adient no emprar l'expressió errònia de "línies de força magnètica" perquè la direcció de la força magnètica és perpendicular al camp magnètic). Les línies de camp magnètic són línies tangents al camp en tots els punts.

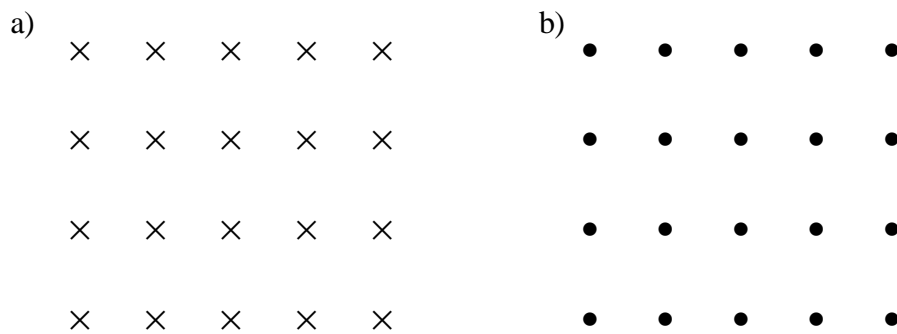
En els imants, les línies de camp es dibuixen per conveni sortint del pol nord i entrant al pol sud. En particular, la Terra és un imant natural, l'eix que uneix els pols magnètics de la Terra s'anomena eix magnètic o geomagnètic (aquest eix varia amb el temps i els pols magnètics no coincideixen amb els pols geogràfics). A més, el pol nord geogràfic de la Terra és a prop (uns $11^\circ 30'$) del pol sud magnètic i el pol sud geogràfic és a prop del pol nord magnètic.



Una regió de l'espai amb un camp magnètic uniforme és una regió on el camp magnètic és constant. En representar el camp magnètic, s'utilitzen línies de camp magnètic situades a igual distància unes de les altres. És a dir, distribuïdes uniformement.

En general, la densitat de línies de camp magnètic emprades en la representació ha de proporcionar informació sobre la intensitat del camp magnètic. Per exemple, a un camp magnètic doble correspondrà una densitat doble de línies de camp magnètic.

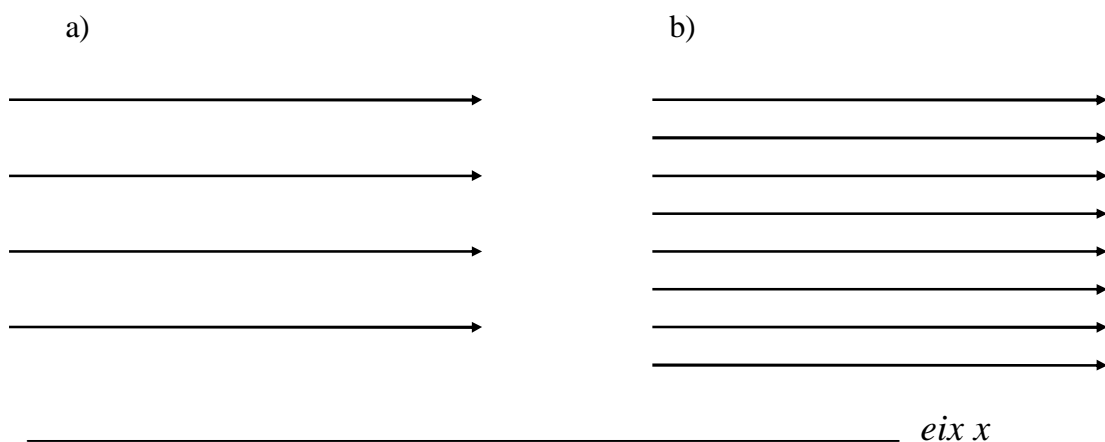
En fer una anàlisi tridimensional, és habitual dibuixar un camp magnètic de direcció perpendicular al pla definit pel paper (o anàlogament per la pissarra). En aquest cas, el símbol \times assenyalava que el camp magnètic es dirigeix cap al pla del paper, i el símbol \bullet ens indica que el camp magnètic es dirigeix cap enfora del pla del paper. A la figura adjunta es representen dos camps magnètics uniformes: a) cap al pla de paper, b) cap enfora del pla del paper.



Exemple 7.1

En una determinada regió de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme al llarg de l'eix x . Si el camp magnètic es duplica, representeu el camp magnètic: a) inicialment, b) després d'augmentar el seu valor.

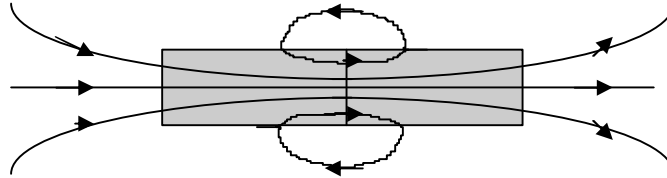
Resolució



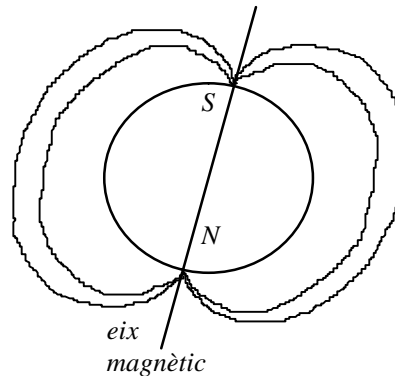
Problemes

7.1 Representeu un camp magnètic uniforme: a) de mòdul B al llarg de l'eix y , i b) de mòdul $2B$ al llarg de l'eix x . Suposeu en ambdós casos que els camps són positius.

- 7.2 Representeu un camp magnètic uniforme: a) de mòdul B i que es dirigeix vers el pla del paper, i b) de mòdul $2B$ que es dirigeix cap enfora del pla del paper.
- 7.3 En els dos problemes anteriors, si el mòdul del camp magnètic és de $5,2 \cdot 10^3$ G. Quin és el mòdul del camp magnètic $2B$. Doneu el resultat en unitats del sistema internacional.
- 7.4 A l'imant de la figura, tot veient les línies de camp magnètic. Quin és el pol nord? I el pol sud?



- 7.5 Representació esquemàtica de la Terra. Indiqueu quin és el sentit de les línies de camp magnètic dibuixades.



7.2 Força d'un camp magnètic sobre una càrrega en moviment

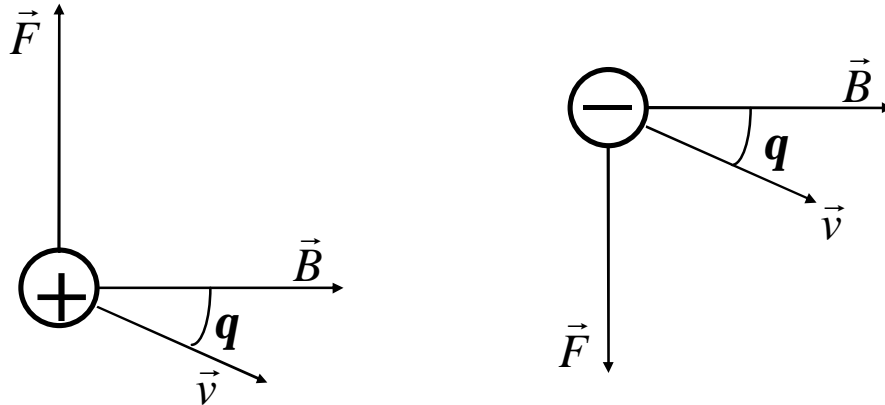
Conceptes bàsics

Així com el camp magnètic és produït per càrregues en moviment, un camp magnètic exerceix una força \vec{F} sobre qualsevol càrrega q que es trobi dins de la regió on actua el camp magnètic. Es considera l'aproximació que una càrrega sola no varia apreciablement el camp magnètic extern. Experimentalment s'ha comprovat que la força que actua sobre una càrrega (q) que es mou en una regió amb un camp magnètic (\vec{B}) és:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

1. El mòdul de la força magnètica és: $F = q v B \sin \alpha$.
2. La força magnètica sempre és perpendicular al pla definit pels vectors velocitat i camp magnètic. Si $\alpha = 0$ o $\alpha = \pi$ la força és nul·la.
3. La força és màxima quan la càrrega es mou en una direcció perpendicular al camp (l'angle corresponent és: $\alpha = \pi/2$).
4. Per a determinar el sentit de la força magnètica cal aplicar la regla de la mà dreta (vegeu figura): Si l'índex i el cor assenyalen respectivament la direcció i sentit de la velocitat i del camp magnètic, el dit polze assenyalava el sentit de la força si la partícula és

de càrrega positiva. Si la càrrega és negativa el sentit és just el contrari. Altra regla mnemotècnica és la del cargol o tirabuixó.



Exemple 7.2

Un electró es mou a una velocitat de $-2,0 \cdot 10^8$ m/s al llarg de l'eix z . Entra en una regió amb un camp magnètic \vec{B} . Calculeu la força magnètica que actua sobre l'electró: a) si el camp magnètic és de 4,0 T al llarg d'un eix contingut en el pla yz formant un angle de 30° amb l'eix y i un angle de 60° amb \vec{v} , b) si el camp magnètic és $\vec{B} = (4,0 \vec{i} + 1,1 \vec{j} + 0,2 \vec{k})$ T.

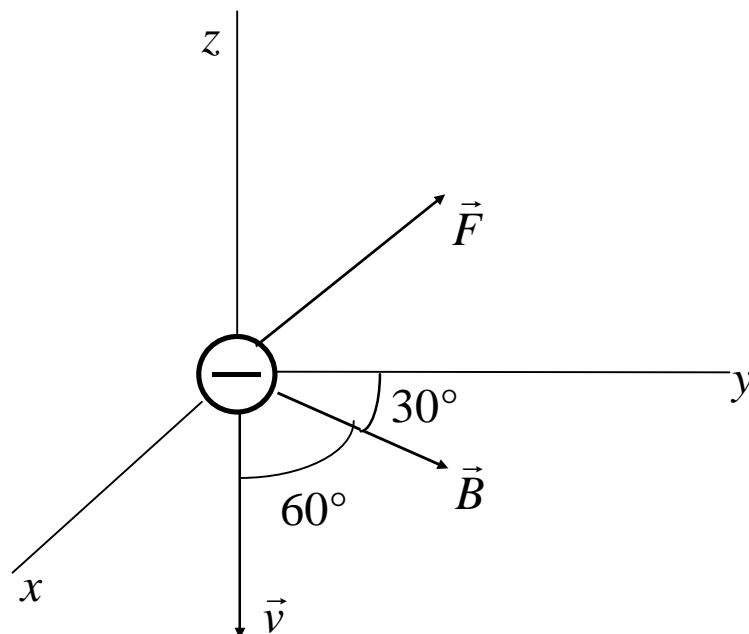
Resolució

a) En aquest cas, el valor del mòdul de la força magnètica és:

$$F = q v B \sin \alpha = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,0 \cdot 10^8 \cdot 4,0 \cdot \sin 60^\circ = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

cal tenir en compte que en aquesta expressió l'angle que hi apareix és el que hi ha entre els vectors \vec{v} i \vec{B} .

I la direcció i sentit es poden obtenir aplicant la regla de la mà dreta. Com es veu a la figura adjunta la força té la direcció de l'eix x en el sentit de les x negatives.



b) En aquest cas emprarem dos mètodes diferents per a obtenir la força magnètica.

•Mètode 1: mitjançant el producte vectorial.

$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q \left[(v_y B_z - v_z B_y) \vec{i} + (v_z B_x - v_x B_z) \vec{j} + (v_x B_y - v_y B_x) \vec{k} \right]$$

$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -2 \cdot 10^8 \\ 4,0 & 1,1 & 0,2 \end{vmatrix} = -1,6 \cdot 10^{-19} \left[(2,2 \cdot 10^8) \vec{i} + (-8 \cdot 10^8) \vec{j} + (0) \vec{k} \right]$$

$$\vec{F} = \left[(-3,52 \cdot 10^{-11}) \vec{i} + (1,28 \cdot 10^{-10}) \vec{j} \right] \text{ N}$$

•Mètode 2: mitjançant el sinus de l'angle entre els vectors \vec{v} i \vec{B} .

L'angle entre els vectors \vec{v} i \vec{B} el podem obtenir emprant el seu producte escalar.

$$\vec{v} \cdot \vec{B} = v B \cos \mathbf{q}$$

on \mathbf{q} és l'angle entre ambdós vectors

$$\cos \mathbf{q} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}}{v B} = \frac{v_x B_x + v_y B_y + v_z B_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} = \frac{0 + 0 - 0,4 \cdot 10^8}{\sqrt{0 + 0 + 4 \cdot 10^{16}} \sqrt{16 + 1,21 + 0,04}}$$

per tant,

$$\cos \mathbf{q} = 0,04815 \quad \text{i} \quad \mathbf{q} = 87^\circ 14'$$

A més, el mòdul del camp magnètic és:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = 4,1533 \text{ T}$$

El mòdul de la força magnètica és:

$$F = q v B \sin \mathbf{q} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,0 \cdot 10^8 \cdot 4,1533 \cdot \sin 87^\circ 14' = 1,33 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

La direcció i el sentit venen determinats pel vector unitari \vec{u}

$$\vec{u} = \pm \frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{v B} = (-0,26 \vec{i} + 0,96 \vec{j})$$

on el símbol \pm indica que hi ha una dependència respecte el signe de la càrrega: + correspon a una càrrega positiva i - correspon a una càrrega negativa (com en aquest exemple).

Problemes

7.6 Un protó es mou a una velocitat de $4,0 \cdot 10^7$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic al llarg de l'eix z , $B_z = 2$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre el protó.

- 7.7 Un electró es mou a una velocitat de $2,0 \cdot 10^7$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic al llarg de l'eix z , $B_z = 4$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre l'electró.
- 7.8 Una càrrega de -50 mC es mou a una velocitat de $2,0 \cdot 10^5$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic al llarg de l'eix z , $B_z = 0,7$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre la càrrega.
- 7.9 Un deuteró (nucli format per un neutró i un protó) entra en una regió amb un camp magnètic al llarg de l'eix y de $3,5$ T. La força que actua sobre aquest nucli és de $2,5 \cdot 10^{-12}$ N al llarg de l'eix z . Calculeu la velocitat amb que ha entrat el deuteró. Recordeu que la càrrega d'un protó és igual a la de l'electró però de signe positiu.
- 7.10 Un electró es mou a una velocitat de $-7,6 \cdot 10^5$ m/s al llarg de l'eix x . En entrar a una regió amb un camp magnètic desconegut sobre ell actua una força de $-2,9 \cdot 10^{-12}$ N al llarg de l'eix z . Calculeu el camp magnètic que actua sobre l'electró.
- 7.11 Una càrrega de $+20$ mC es mou a una velocitat de $2,3 \cdot 10^3$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic, contingut en el pla xy , $B = 0,7$ T. Si l'angle entre els vectors \vec{v} i \vec{B} és de 40° , calculeu la força magnètica que actua sobre la càrrega.
- 7.12 Una càrrega de $-0,64$ C es mou a una velocitat de $7,8 \cdot 10^3$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic, contingut en el pla xy , $B = 0,9$ T. Si l'angle entre els vectors \vec{v} i \vec{B} és de 20° , calculeu la força magnètica que actua sobre la càrrega.
- 7.13 Un protó es mou a una velocitat de $5,3 \cdot 10^5$ m/s al llarg de l'eix x . Entra en una regió amb un camp magnètic $\vec{B} = (0,5 \vec{i} + 0,3 \vec{j})$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre el protó.
- 7.14 Una càrrega de $+35$ mC entra en una regió amb un camp magnètic $\vec{B} = (1 \vec{i} - 2,1 \vec{j})$ T. La seva velocitat en entrar és: $v_z = 3 \cdot 10^4$ m/s. Calculeu la força magnètica que actua sobre la càrrega.
- 7.15 Una càrrega de $+1$ μ C es mou a una velocitat de $-2,0 \cdot 10^5$ m/s al llarg de l'eix y . Entra en una regió amb un camp magnètic $\vec{B} = (0,2 \vec{i} + 1,4 \vec{j} + 0,5 \vec{k})$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre l'electró.
- 7.16 Una partícula de càrrega $+3e$ (on $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) es mou a una velocitat $\vec{v} = (5,0 \vec{i} + 2,3 \vec{j} - 1,2 \vec{k}) \cdot 10^5$ m/s. Entra en una regió amb un camp magnètic $\vec{B} = (0 \vec{i} + 4,1 \vec{j} + 1,5 \vec{k})$ T. Calculeu la força magnètica que actua sobre la càrrega.

7.3 Moviment d'una partícula carregada en un camp magnètic uniforme

Conceptes bàsics

En particular, en ser perpendiculars els vectors força i velocitat, el treball fet sobre la partícula carregada per la força magnètica val zero. Per tant, la força de caràcter magnètic no

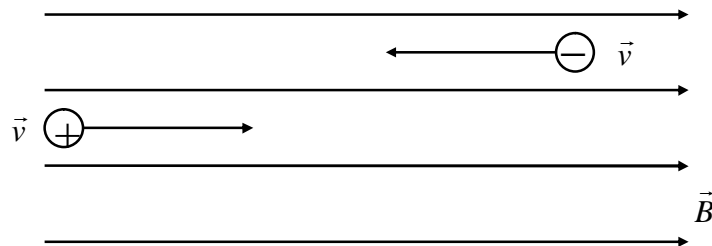
varia el mòdul de la velocitat, només desvia la trajectòria de la càrrega. És a dir, el desplaçament d'una partícula carregada sotmesa a la única acció d'un camp magnètic és un moviment amb mòdul de la velocitat constant ($v = \text{constant}$, però $v \neq 0$ en general). Per tant, l'acció d'un camp magnètic sobre una càrrega en moviment no pot variar la seva energia cinètica.

El moviment d'una partícula carregada en un camp magnètic uniforme (uniforme indica que el vector camp magnètic és el mateix, NO varia, en una determinada regió de l'espai) es pot analitzar en tres situacions diferents (vegeu figures):

i) \vec{v} paral·lel a \vec{B}

Això implica $\theta = 0$ o $\theta = \pi$, i per tant $\sin \theta = 0$. Llavors, $F = q v B \sin \theta = 0$

La partícula manté una trajectòria rectilínia i paral·lela al camp magnètic.



ii) \vec{v} perpendicular a \vec{B}

Això implica $\theta = \pi/2$, i per tant $\sin \theta = 1$. Llavors, $F = q v B \sin \theta = q v B$

La partícula segueix un moviment circular uniforme dins la regió on actua el camp magnètic. A la figura adjunta la partícula positiva gira en sentit antihorari i la negativa en sentit horari.

Si recordem la segona llei de Newton per a sistemes on podem considerar la massa constant ($\vec{F} = m \vec{a}$) i l'expressió de l'acceleració centrípeta ($a = v^2 / R$), on R és el radi, podem escriure:

$$F = q v B = m a = m v^2 / R$$

i,

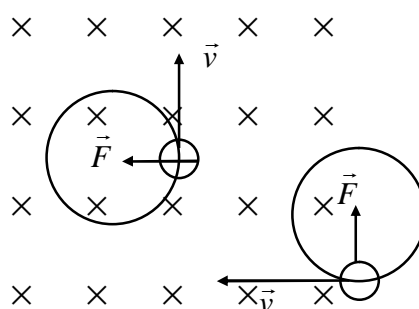
$$a = \frac{q v B}{m} \qquad R = \frac{m v}{q B}$$

La velocitat angular, ω , d'aquest moviment circular ve donada per:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v q B}{m v} = \frac{q B}{m}$$

I la freqüència, f , i el període T del moviment circular són:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{q B}$$



iii) \vec{v} ni paral·lel ni perpendicular a \vec{B}

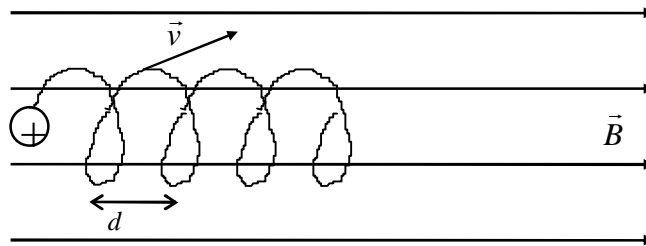
El vector velocitat es pot descompondre en dues components, una paral·lela al camp magnètic, v_{\parallel} , i una altra de perpendicular, v_{\perp} , al camp magnètic.

La component paral·lela de la velocitat permet a la càrrega desplaçar-se en la direcció del camp magnètic (cas i), i la component perpendicular de la velocitat correspondria a un moviment circular (cas ii). Conseqüentment, el moviment és una combinació d'ambdós, és un moviment helicoidal on el radi de l'hèlix ve donat per:

$$R = \frac{m v_{\perp}}{q B}$$

i la distància que recorre la càrrega en la direcció del camp magnètic durant un període T , s'anomena pas de rosca, d , del moviment helicoidal i el seu valor és:

$$d = v_{\parallel} T = \frac{v_{\parallel} 2\pi}{\omega} = \frac{v_{\parallel} 2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{q B}$$



Quan una càrrega es mou dins d'una regió de l'espai on hi ha tant camp elèctric com camp magnètic, l'expressió de la força és l'anomenada força de Lorentz:

$$\vec{F} = q [\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B})]$$

Exemple 7.3

Un protó, amb una velocitat de $3 \cdot 10^5$ m/s, entra en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme de 0,8 T. Si el protó entra perpendicularment al camp, calculeu: a) el radi de l'òrbita que descriurà el protó, b) la freqüència, c) l'energia cinètica. I si l'angle entre els vectors velocitat i camp és de 30° : d) com serà la trajectòria?, a més, calculeu: e) el radi de l'òrbita que descriurà el protó, f) la freqüència, g) l'energia cinètica, h) el pas de rosca. Recordeu que la massa d'un protó és: $1,67 \cdot 10^{-27}$ Kg.

Resolució

• Cas \vec{v} i \vec{B} perpendiculars.

a) el radi de l'òrbita circular que descriurà el protó és:

$$R = \frac{m v}{q B} = (1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^5 / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8) = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

b) la freqüència és:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} = (3 \cdot 10^5 / 2\pi \cdot 3,9 \cdot 10^{-3}) = 12,2 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

c) l'energia cinètica, expressada com E_c o K segons els diferents manuals, és:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = [1,67 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^5)^2 / 2] = 7,5 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

• Cas \vec{v} i \vec{B} formant un angle de 30° :

d) la trajectòria serà helicoïdal

e) el radi de l'òrbita helicoïdal és:

$$R = \frac{m v_{\perp}}{q B} = \frac{m v \sin \theta}{q B} = (1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^5 \sin 30^\circ / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8) = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

f) la freqüència és:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_{\perp}}{2\pi R} = (3 \cdot 10^5 \sin 30^\circ / 2\pi \cdot 3,9 \cdot 10^{-3}) = 6,1 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

g) en canvi, l'energia cinètica és la mateixa:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = [1,67 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^5)^2 / 2] = 7,5 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

h) el pas de rosca és:

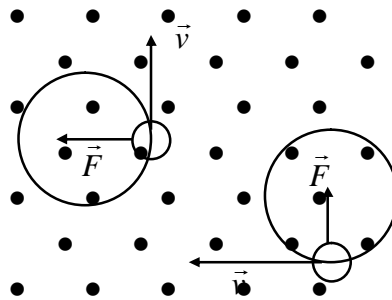
$$d = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{q B} = \frac{2\pi m v \cos \theta}{q B} = [(2\pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^5 \cos 30^\circ) / (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8)]$$

$$d = 21 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

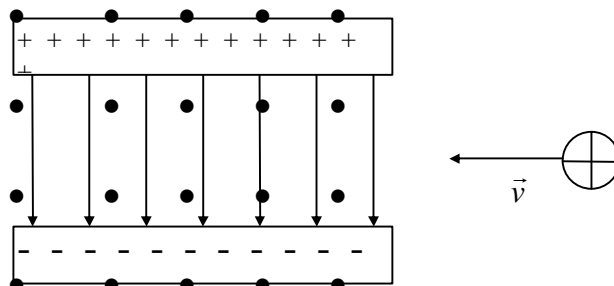
Problemes

- 7.17 Una càrrega de $+80 \text{ mC}$ entra amb una velocitat de $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ en una regió amb un camp magnètic uniforme de $0,4 \text{ T}$. Si \vec{v} i \vec{B} són perpendiculars: a) calculeu el mòdul de la força magnètica. I si la càrrega fos de -80 mC , b) quin seria el mòdul de la força magnètica?
- 7.18 Una partícula carregada entra amb una velocitat de $6,7 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ en una regió amb un camp magnètic uniforme, amb \vec{v} i \vec{B} perpendiculars. Si el radi de la trajectòria circular descrita és de $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, calculeu el mòdul de l'acceleració centrípeta.
- 7.19 Una càrrega de -40 mC entra amb una velocitat de $7,1 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ en una regió amb un camp magnètic uniforme de $0,2 \text{ T}$, amb \vec{v} i \vec{B} perpendiculars. Si la massa de la partícula carregada és de $1,6 \cdot 10^{-12} \text{ Kg}$, calculeu el radi de la trajectòria circular descrita.
- 7.20 Una càrrega entra amb una velocitat de $1,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ en una regió amb un camp magnètic uniforme, amb \vec{v} i \vec{B} perpendiculars. Si el radi de la trajectòria circular descrita és de $2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, calculeu: a) el període, b) la freqüència i c) la velocitat angular de la trajectòria circular descrita.
- 7.21 Una càrrega de $-400 \text{ }\mu\text{C}$ entra en una regió amb un camp magnètic uniforme, amb \vec{v} i \vec{B} perpendiculars. Si la freqüència de la trajectòria circular descrita és de $9,6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ i la massa de la partícula carregada és de $3,4 \cdot 10^{-13} \text{ Kg}$, calculeu el mòdul de \vec{B} .

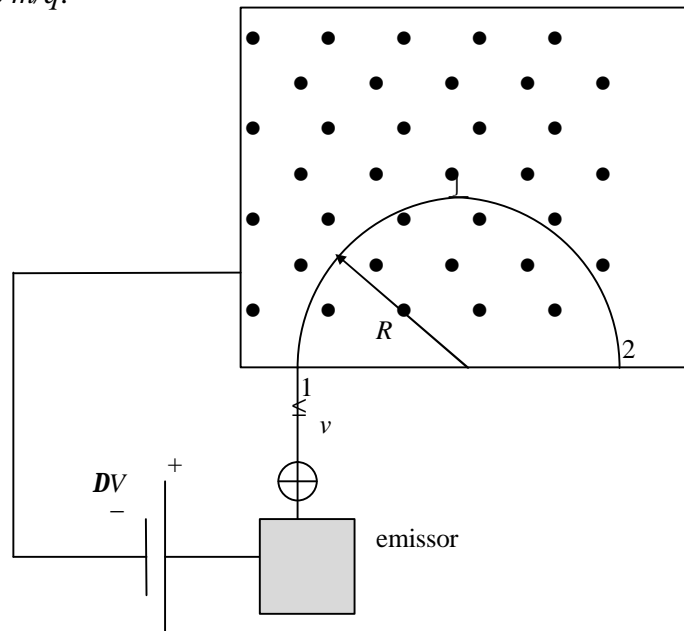
- 7.22 Un protó, amb una velocitat de $7,3 \cdot 10^4$ m/s, entra en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme de 0,2 T. Si els vectors \vec{v} i \vec{B} formen entre si un angle de 35° , calculeu: a) la freqüència helicoidal, b) l'energia cinètica, c) el radi de l'hèlix, i d) el pas de rosca.
- 7.23 Una partícula carregada ($q = +45$ mC, $m = 2,3 \cdot 10^{-7}$ Kg i $v = 1,6 \cdot 10^3$ m/s) entra en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme. Si el radi de l'hèlix descrita és de $2,6 \cdot 10^{-3}$ m i els vectors \vec{v} i \vec{B} formen entre si un angle de 65° , calculeu: a) el mòdul del camp magnètic, b) el pas de rosca.
- 7.24 A la figura adjunta, indiqueu quin serà el signe de la càrrega de les dues partícules que estan descrivint una trajectòria circular.



- 7.25 Una partícula (massa 0,3 g i càrrega $-5 \cdot 10^{-11}$ C) cau verticalment a l'atmosfera terrestre a 100 m/s. Tenint en compte que a l'atmosfera hi són presents tres camps vectorials diferents: el gravitatori, \vec{g} , l'elèctric, \vec{E} , i el magnètic, \vec{B} , amb mòduls (a la regió on es fa l'anàlisi): $g = 9,82$ m/s², $E = 118$ N/C i $B = 40$ mT. Els camps \vec{g} i \vec{E} estan dirigits verticalment cap avall, en canvi el camp magnètic \vec{B} és horitzontal i dirigit aproximadament vers el nord geogràfic. a) Calculeu el mòdul de la força que fa cadascun d'aquests camps sobre la partícula, b) es pot negligir alguna de les forces, c) esmenteu qualsevol altre força que pugui actuar sobre la partícula.
- 7.26 Una regió de l'espai on coexisteixen camp magnètic i camp elèctric perpendiculars entre si s'anomena regió de camps creuats. Les forces de caràcter elèctric i de caràcter magnètic es poden anul·lar per a un valor determinat de la velocitat. Demostreu que el mòdul d'aquesta velocitat és: $v = E/B$. Aquest fenomen és la base del selector de velocitats.
- 7.27 En un selector de velocitats, un camp elèctric uniforme és generat per un condensador les plaques del qual es troben a una diferència de potencial $DV = 500$ V i separades una distància $d = 3$ cm, (recordeu que en aquest cas, el camp elèctric és: $E = DV/d$). a) Quina és l'expressió de la velocitat en funció de d , B i DV , b) si B val 0,34 T, quina serà la velocitat seleccionada?



- 7.28 Espectòmetre de masses: és un dispositiu dissenyat per a mesurar la massa d'isòtops (vegeu figura adjunta). Els ions produïts per una font emissora d'ions són accelerats per un camp elèctric i entren en una regió amb un camp magnètic uniforme. Si les càrregues parteixen del repès, a) quina expressió relaciona DV amb m/q ? I b) quina expressió relaciona R , B i DV amb m/q .

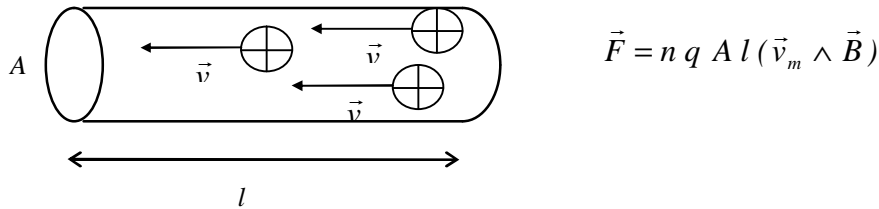


- 7.29 Aplicació de l'espectòmetre de masses: La relació càrrega/massa per a un ió de velocitat coneguda es pot determinar mesurant el radi de l'òrbita circular de l'ió en presència d'un camp magnètic conegut. Si realitzem una experiència amb una diferència de potencial, o tensió, $DV = 100 \text{ V}$, un valor del camp magnètic $B = 2 \text{ T}$ i es mesura un radi $R = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, quin és valor de la raó càrrega/massa de l'ió analitzat?
- 7.30 L'espectòmetre de masses pot ser emprat com a detector de fuites en sistemes de buit. Normalment es dissenya l'equip per a detectar un ió d'un gas (amb valors de massa i de càrrega coneguts) que no sigui present habitualment en l'aire. Si hi ha fuga, l'espectòmetre ens permetrà conèixer la velocitat dels ions del gas. En aquest cas els valors són: $m = 9,2 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ i $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ i la velocitat amb que arriben al detector és: $v = 2,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Calculeu la posició $2R$ en que es detectarien els ions si el valor del camp magnètic és $B = 2,8 \text{ T}$.
- 7.31 En un forn microones les ones electromagnètiques (produïdes per càrregues elèctriques accelerades) són absorbides per les molècules d'aigua. Aquest fenomen permet la cocció dels aliments i l'escalfament de líquids. Si la font de camp magnètic en un forn microones emet ones electromagnètiques amb una freqüència de $8,2 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ i els electrons es mouen en trajectòria circular, quin és el valor del camp magnètic? I si disminuïm la freqüència en un factor $1/3$, en quin factor disminuiria el camp magnètic?
- 7.32 Ciclotró: és un dispositiu basat en el fet que el període del moviment d'una partícula carregada en un camp magnètic uniforme és independent de la velocitat de la partícula. S'utilitza com a sistema accelerador de partícules. Utilitzem un ciclotró per a accelerar protons amb un camp magnètic de $1,2 \text{ T}$ i el radi màxim del ciclotró és de 85 cm . Calculeu: a) la freqüència del ciclotró, b) l'energia cinètica dels protons en sortir de l'aparell.

7.4 Força d'un camp magnètic sobre un conductor on hi circula un corrent elèctric

Conceptes bàsics

El corrent elèctric és originat pel moviment net de càrrega en un medi conductor. Hom pot considerar que les càrregues es desplacen amb una velocitat mitjana v_m (anomenada velocitat de deriva). Si considerem un segment conductor (vegeu figura) de longitud l pel qual circula una intensitat de corrent I i sobre el qual actua un camp magnètic uniforme. L'expressió de la força de caràcter magnètic sobre el conductor és:



on q és la càrrega de tots els portadors de càrrega neta, A és l'àrea de la secció transversal i n és la densitat de portadors de càrrega per unitat de volum. És a dir, la càrrega en el volum definit és $n q A l$. Per altra banda, la intensitat de corrent del fil és:

$$I = n q A v_m$$

en conseqüència, la força magnètica sobre un segment conductor rectilini és:

$$\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$$

on \vec{l} sempre és un vector amb el sentit de la intensitat.

En particular, la força magnètica sobre un segment infinitesimal de conductor és:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Un exemple d'aplicació de força magnètica sobre un conductor són els altaveus.

1. El mòdul de la força magnètica és: $F = I l B \sin \alpha$.
2. La força magnètica sempre és perpendicular al pla definit pels vectors \vec{l} i camp magnètic. Si $\alpha = 0$ o $\alpha = \pi$ la força és nul·la.
3. La força és màxima quan la direcció de la intensitat és perpendicular al camp (l'angle corresponent és: $\alpha = \pi/2$).
4. Per a determinar el sentit de la força magnètica cal aplicar la regla de la mà dreta. Si el sentit de \vec{l} el dóna l'índex, el sentit de \vec{B} el proporciona l'anular i el dit polze assenyala el sentit de la força. Cal recordar que per conveni la intensitat de corrent utilitzada correspon sempre al moviment que correspondria a càrregues positives, llavors tant si els portadors de càrrega són de càrrega negativa com si són de càrrega positiva, la diferència queda recollida en el sentit del corrent i per tant s'evita la problemàtica del signe de la força que existeix en aplicar la regla de la mà dreta sobre una càrrega puntual.

Exemple 7.4

Per un conductor rectilini de 7,2 m de longitud hi passa una intensitat de corrent de 400 mA quan està sota l'acció d'un camp magnètic uniforme de 1,5 T. Determineu la força magnètica si: a) \vec{l} i \vec{B} són perpendiculars, b) \vec{l} i \vec{B} formen un angle de 40 graus (vegeu figura).

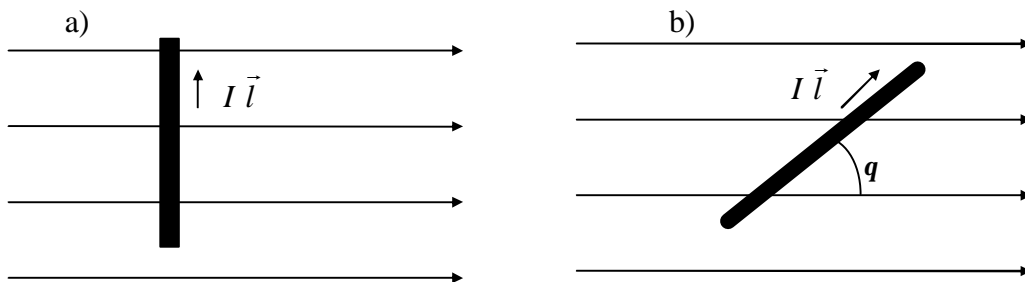
Resolució

• Mètode 1: mitjançant el sinus de l'angle

a) El mòdul de la força és:

$$F = I l B \sin \mathbf{q} = I l B \sin 90^\circ = I l B = 4,32 \text{ N}$$

El sentit el proporciona la regla de la mà dreta: La força magnètica té la direcció perpendicular al pla definit pel paper i es dirigeix cap al pla del paper.



b) El mòdul de la força és:

$$F = I l B \sin \mathbf{q} = I l B \sin 40^\circ = 2,76 \text{ N}$$

El sentit el proporciona la regla de la mà dreta: La força magnètica té la direcció perpendicular al pla del paper i es dirigeix cap al pla del paper.

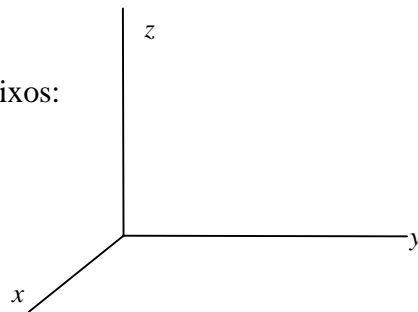
• Mètode 2: mitjançant el producte vectorial .

En aquest mètode considerarem els següents eixos:

a) en aquest apartat,

$$\vec{l} = 7,2 \vec{k} \text{ m}$$

$$\vec{B} = 1,5 \vec{j} \text{ T}$$



$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ l_x & l_y & l_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = I \left[(l_y B_z - l_z B_y) \vec{i} + (l_z B_x - l_x B_z) \vec{j} + (l_x B_y - l_y B_x) \vec{k} \right]$$

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 7,2 \\ 0 & 1,5 & 0 \end{vmatrix} = 0,4 \left[(-10,8) \vec{i} + (0) \vec{j} + (0) \vec{k} \right]$$

$$\vec{F} = [(-4,32) \vec{i}] \text{ N}$$

b) En aquest apartat

$$\vec{l} = (7,2 \cos \mathbf{q} \vec{j} + 7,2 \sin \mathbf{q} \vec{k}) \text{ m} = (5,5 \vec{j} + 4,6 \vec{k}) \text{ m}$$

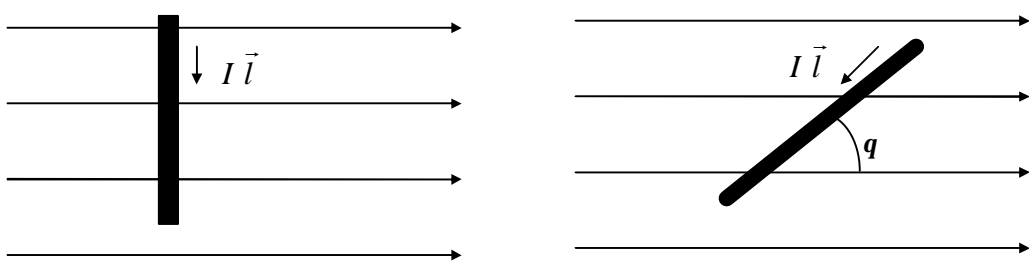
$$\vec{B} = 1,5 \vec{j} \text{ T}$$

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5,5 & 4,6 \\ 0 & 1,5 & 0 \end{vmatrix} = 0,4 [(-6,9) \vec{i} + (0) \vec{j} + (0) \vec{k}]$$

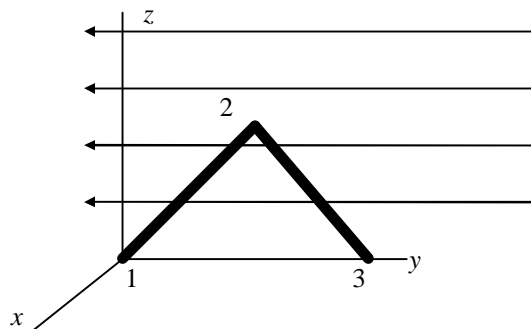
$$\vec{F} = [(-2,76) \vec{i}] \text{ N}$$

Problemes

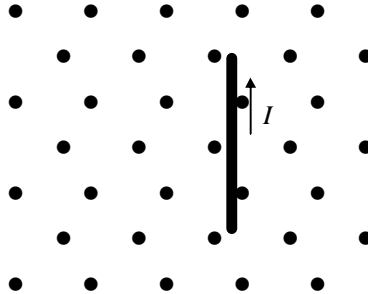
- 7.33 En un conductor els portadors de càrrega neta són electrons. L'àrea de la secció transversal és de $0,4 \text{ cm}^2$. Amb un amperímetre mesurem una intensitat de corrent de 35 mA. Si la velocitat de deriva dels electrons és v_m és de $8,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$, calculeu n , la densitat de portadors de càrrega per unitat de volum.
- 7.34 Per un conductor rectilini de $0,35 \text{ m}$ de longitud hi passa una intensitat de corrent de $2,15 \text{ A}$ quan està sota l'acció d'un camp magnètic uniforme de $0,035 \text{ T}$. Determineu la força magnètica si: a) \vec{l} i \vec{B} són perpendiculars, b) \vec{l} i \vec{B} formen un angle de 25° (vegeu figura).



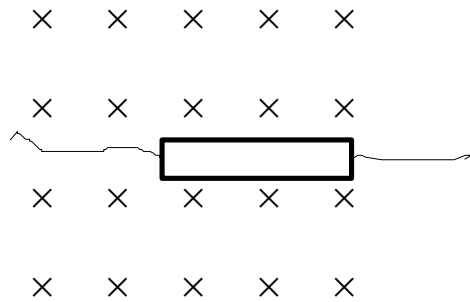
- 7.35 Calculeu la força que actua sobre el segment rectilini d'un conductor. Dades: $\vec{l} = (0,5 \vec{i} + 3,2 \vec{j} - 1,2 \vec{k}) \text{ m}$. Entra en una regió amb un camp magnètic $\vec{B} = (0,3 \vec{i} + 4,1 \vec{j} + 1,5 \vec{k}) \text{ T}$. Calculeu la força magnètica que actua sobre el conductor si la intensitat és de 20 mA.
- 7.36 Calculeu la força que actua sobre cadascun dels segments rectilinis del conductor de la figura. Calculeu, a més, la força total sobre el conductor. El valor de la intensitat és de $1,2 \text{ A}$ circulant de 1 a 3. El camp magnètic és $\vec{B} = (-2,1 \vec{j}) \text{ T}$. Les coordenades dels punts són: Punt 1: $(0, 0, 0) \text{ m}$. Punt 2: $(0, 2, 2) \text{ m}$. Punt 3: $(0, 4, 0) \text{ m}$.



- 7.37 En el problema anterior, calculeu la força magnètica si els punts 1 i 3 els unim directament mitjançant un conductor rectilini i treiem els altres segments.
- 7.38 Per un conductor rectilini de 2 m de longitud hi passa un corrent de 4 A quan està sota l'acció d'un camp magnètic uniforme de 0,3 T. Determineu la força magnètica si \vec{l} i \vec{B} són perpendiculars.



- 7.39 Un segment conductor es troba perpendicularment a un camp magnètic de mòdul B . Els extrems del segment estan connectats a dos fils flexibles pels quals passa el corrent de manera que la força magnètica compensa el pes del conductor. La densitat del conductor és ρ i l'àrea de la seva secció transversal és A . a) Determineu la intensitat I en funció de ρ , A , g i B . b) Quin sentit té el corrent? c) Calculeu la intensitat de corrent si $\rho = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m}^3$, $A = 0,25 \text{ cm}^2$ i $B = 20 \text{ mT}$.



7.5 Força i moment magnètics sobre espires de corrent i imants

Conceptes bàsics

Una espira és qualsevol de les voltes d'un enrotllament, per exemple d'una bobina. En particular, una espira de corrent és una espira per on circula un corrent elèctric. La força neta sobre una espira de corrent és zero, així i tot hi pot actuar un moment de forces. En presència d'un camp magnètic uniforme actua com un dipol magnètic amb un moment magnètic, \vec{m} , que depèn del nombre de voltes, N , de l'àrea definida per l'espira, A , i de la intensitat de corrent elèctric, I , segons la relació:

$$\vec{m} = N I A \vec{u}$$

on \vec{u} és un vector unitari en el sentit del moment magnètic, \vec{u} és perpendicular al pla on es troba l'espira. El sentit del vector \vec{u} el determina la regla de la mà dreta (vegeu figura). Al moment magnètic, en unitats del sistema internacional li correspon $A \text{ m}^2$.

El moment de forces que actua sobre una espira que està en una regió on hi ha un camp magnètic ve donat per:

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

Emprant la regla de la ma dreta, el dit polze assenyala el sentit del moment de forces. Si ho expressem en funció de la intensitat de corrent:

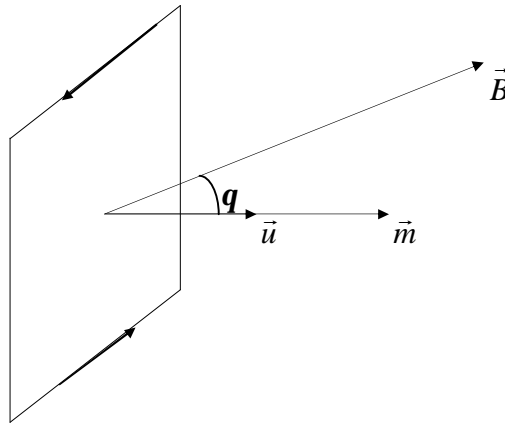
$$M = N I A B \sin \mathbf{q}$$

on \mathbf{q} és l'angle entre els vectors \vec{m} i \vec{B} (vegeu figura).

L'expressió per a l'energia potencial, expressada com E_p o U segons els manuals, és:

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -m B \cos \mathbf{q}$$

El moment de força tendeix a alinear el moment magnètic amb el camp magnètic. La força resultant sobre una espira de corrent en un camp magnètic uniforme és zero.



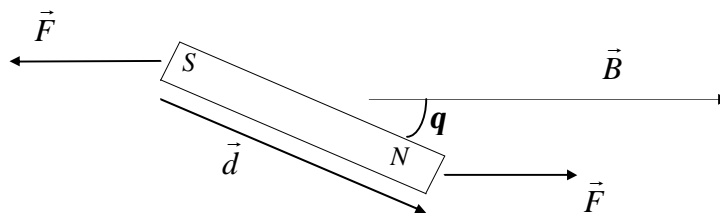
Per a analitzar un imant, es defineix una intensitat de pol, I_m , que és la constant de proporcionalitat entre la força que actua sobre el pol d'un imant i el camp magnètic. És important adonar-se que I_m no és una intensitat de corrent, en unitats del sistema internacional li correspon N/T. La intensitat de pol és positiva al pol nord i negativa en el pol sud.

$$\vec{F} = I_m \vec{B}$$

El moment magnètic d'un imant és:

$$\vec{m} = |I_m| \vec{d}$$

on \vec{d} és un vector que va del pol sud al pol nord.



Exemple 7.5

Calculeu el moment magnètic i el moment de forces màxim d'un motor elèctric si el seu rotor està format per 500 espires circulars de 12 cm de radi per les que circula una intensitat de 2 A quan el valor del camp magnètic és de 0,5 T. Quina és l'energia potencial quan el moment de forces és màxim?

Resolució

Primer cal calcular la l'àrea de la superfície definida per una espira

$$A = \pi R^2 = \pi (0,12)^2 = 0,045 \text{ m}^2$$

El mòdul del moment magnètic és:

$$m = N I A = 500 \cdot 2,0 \cdot 0,045 = 45 \text{ A m}^2$$

amb una direcció perpendicular a la superfície definida per cada espira

El moment de forces màxim es dona per $\sin \mathbf{q} = 1$, fet que correspon a un angle $\mathbf{q} = \mathbf{p}/2$.

$$M = m B \sin \mathbf{q} = m B = 45 \cdot 0,5 = 22,5 \text{ N m}$$

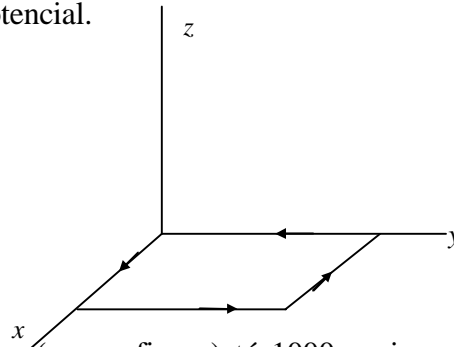
amb una direcció i sentit que vindrien determinats per la regla de la mà dreta.

En el càlcul de l'energia potencial cal tenir en compte que $\mathbf{q} = \mathbf{p}/2$.

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -m B \cos \mathbf{q} = 0 \text{ J.}$$

Problemes

- 7.40 En una regió de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme de 1,5 T. Calculeu la força magnètica que actua sobre una espira circular de 30 cm de radi per la que circula un corrent de 2 A d'intensitat.
- 7.41 Calculeu els mòduls del moment magnètic i del moment de forces màxim d'un motor elèctric si el seu rotor està format per 100 espires circulars de 6 cm de radi per les que circula una intensitat de 2 A. El valor del camp magnètic és de 1,2 T.
- 7.42 Calculeu el camp magnètic i el nombre d'espires necessàries per a que un motor treballi amb una valors de moment magnètic 25 A m^2 i el moment de forces màxim de 28 Nm. El rotor del motor està format per espires quadrades de 12 cm de costat per les que circula una intensitat de 2 A.
- 7.43 Una bobina situada en el pla xy (vegeu figura) té 150 espires (voltes) de secció rectangular (costats: $x = 0,2 \text{ m}$ i $y = 0,4 \text{ m}$). Per la bobina hi circula un corrent de 2,5 A d'intensitat. El camp magnètic a la regió on es troba la bobina és: $\vec{B} = (-1,2 \vec{i} + 1,5 \vec{j} - 0,2 \vec{k}) \text{ T}$. Calculeu: a) el moment magnètic de la bobina, b) el moment de forces exercit sobre la bobina, i c) l'energia potencial.



- 7.44 Una bobina situada en el pla xy (vegeu figura) té 1000 espires de secció rectangular (costats $x = 0,4 \text{ m}$ i $y = 0,2 \text{ m}$). Per la bobina hi circula un corrent de 85 mA d'intensitat.



El camp magnètic a la regió on es troba la bobina és: $\vec{B} = (+ 2,7 \vec{i} - 1,5 \vec{j} - 3,2 \vec{k})$ T. Calculeu: a) el moment magnètic de la bobina, b) el moment de forces exercit sobre la bobina, i c) l'energia potencial.

- 7.45 Sobre els pols d'un imant actua una força magnètica de mòdul 3,5 N quan es troba en una regió amb un camp magnètic de mòdul 0,42 mT. Calculeu: a) la intensitat de pol en el pol nord, b) la intensitat de pol en el pol sud, c) el mòdul del moment magnètic si $l = 2$ cm, d) el mòdul del moment de forces si l'angle entre els vectors \vec{m} i \vec{B} és de 23° .
- 7.46 Sobre els pols d'un imant actua una força magnètica de mòdul 195 N quan es troba en una regió amb un camp magnètic de mòdul 2,4 T. Calculeu: a) la intensitat de pol en el pol nord, b) la intensitat de pol en el pol sud, c) el mòdul del moment magnètic si $l = 0,5$ m, d) el mòdul del moment de forces si l'angle entre els vectors \vec{m} i \vec{B} és de 37° .

7.6 Mesura de camp magnètic. Efecte Hall

Conceptes bàsics

Quan un conductor per on circula un corrent elèctric és dins d'una regió amb un camp magnètic, es genera una diferència de potencial (o tensió) en una direcció perpendicular tant al corrent com al camp magnètic. Aquest efecte prové de la desviació dels portadors de càrrega cap a un dels costats del conductor com a resultat de la força magnètica experimentada per aquests portadors.

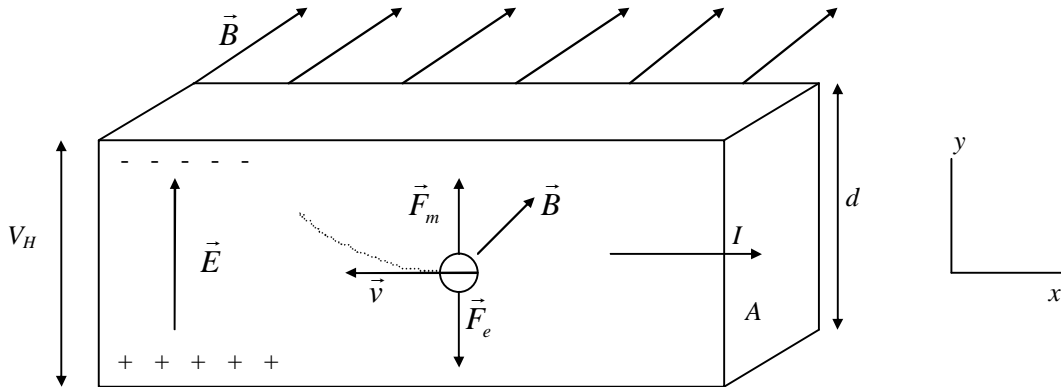
A la làmina conductora de la figura, hi ha un transport net de corrent en la direcció x , i hi ha un camp magnètic uniforme en la direcció perpendicular al pla definit pel paper. Si els portadors de càrrega són electrons, es mouran en direcció oposada a I . En mitjana podem considerar que tenen una velocitat de mòdul v en el sentit negatiu de l'eix x , i experimentaran una força magnètica cap amunt (la representarem per \vec{F}_m per a distingir la força magnètica de la de caràcter elèctric). Com a conseqüència els electrons es mouen cap amunt i s'acumularan en el costat superior del conductor. Per tant, per apareixerà un excés de càrrega positiva a l'extrem inferior. La càrrega seguirà acumulant-se fins que el camp electrostàtic \vec{E} , provocat per aquesta separació de càrrega, sigui prou gran perquè la força electrostàtica i la magnètica es contrarestin ($F_m = F_e$).

Amb un voltímetre connectat al conductor es pot mesurar la diferència de potencial generada. Aquesta diferència de potencial es coneix com a voltatge Hall, V_H . De la condició $F_m = F_e$ es pot deduir que el camp magnètic és proporcional a aquest voltatge:

$$B = \text{constant} \cdot V_H$$

on la constant de proporcionalitat depèn de la densitat de portadors de càrrega, n , de la càrrega q dels portadors de càrrega, de la intensitat de corrent, I , i de la geometria del conductor (àrea A i gruix d).

$$constant = \frac{n q A}{I d}$$



Exemple 7.6

Per un conductor circula una intensitat de corrent de 300 mA. Té un gruix de 2 cm i l'àrea de la secció del conductor és 20 dm^2 . La densitat de portadors de càrrega és de $5,8 \cdot 10^{23}$ portadors/ m^3 . Si els portadors de càrrega són protons, calculeu: a) la constant de proporcionalitat entre B i V_H . b) I si els portadors de càrrega fossin partícules de càrrega $q = 3,4 \cdot 10^{-19}$ C. c) si el voltatge Hall mesurat és de $2,3 \mu\text{V}$, quin seria el mòdul del camp magnètic mesurat a cada cas?

Resolució

a) La constant de proporcionalitat és:

$$constant = \frac{n q A}{I d} = [(5,8 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \cdot 10^{-2}) / (0,3 \cdot 0,02)] = 3,1 \cdot 10^6 \text{ T/V}$$

b) Si només variem la càrrega dels portadors, la constant serà:

$$constant = \frac{n q A}{I d} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ T/V}$$

c) A ambdós casos, el mòdul del camp magnètic el proporciona l'expressió:

$$B = constant \cdot V_H$$

• protons com a portadors de càrrega:

$$B = 3,1 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \cdot 10^{-6} = 7,13 \text{ T}$$

• càrrega $q = 3,4 \cdot 10^{-19}$ C:

$$B = 6,6 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \cdot 10^{-6} = 15,18 \text{ T}$$

Problemes

7.47 a) Expressiu el voltatge Hall en funció de: la velocitat, v , el mòdul del camp magnètic, B , i el gruix de la làmina, d . b) Expressiu la densitat de portadors de càrrega, n , en funció

de: el mòdul del camp magnètic, B , la intensitat de corrent, I , el voltatge Hall, V_H , la càrrega dels portadors de càrrega, q , i l'amplada de la làmina, l .

- 7.48 Emprant les expressions del problema anterior, calculeu: a) el voltatge Hall si $v = 350$ m/s, $B = 3,5$ T i $d = 2$ mm, b) la densitat de portadors de càrrega, n , si $I = 350$ mA, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C i $l = 2$ cm.
- 7.49 Per un conductor circula una intensitat de corrent de 1,2 A. Té un gruix de 1,3 cm i l'àrea de la secció del conductor és $0,2$ cm². La densitat de portadors de càrrega és de $2,8 \cdot 10^{20}$ portadors/m³. Si els portadors de càrrega són deuterons, calculeu: a) la constant de proporcionalitat entre B i V_H . b) Si el voltatge Hall mesurat és de 0,76 V, quin és el valor del camp magnètic mesurat?
- 7.50 Amb un voltímetre s'han mesurat els valors de voltatge Hall de la taula adjunta. Si el valor de la constant de proporcionalitat (constant Hall) és de 30 T/V, construiu una taula amb els valors del camp magnètic en unitats del sistema internacional.

V_H (mV)	40,3	50,5	60,7	70,9	81,1	91,3	101,5
------------	------	------	------	------	------	------	-------

- 7.51 Per un conductor circula una intensitat de corrent de 68 mA. Té un gruix de 1,3 cm i la secció transversal és de $0,4$ cm². La densitat de portadors de càrrega és de $9,5 \cdot 10^{23}$ portadors/m³. Si els portadors de càrrega són deuterons, calculeu: a) la constant de proporcionalitat entre B i V_H . b) Si el camp magnètic és de 0,45 T, quin és el valor del voltatge Hall mesurat?
- 7.52 El beril·li té una densitat de $1,83$ g/cm³ i una massa molar de 9,01 g/mol. Una làmina d'aquest material, de 2 mm de gruix i amplada, transporta un corrent amb una intensitat de 3,5 A. El camp magnètic té un mòdul de 0,25 T. El voltatge Hall mesurat és de 11,2 mV. a) Calculeu la densitat de portadors de càrrega, b) calculeu la densitat d'àtoms de beril·li. c) Quants electrons lliures hi ha per àtom de beril·li?

7.7 Magnetisme a la matèria

Conceptes bàsics

La majoria dels materials no presenten, almenys de manera apreciable, fenomenologia magnètica. Els materials poden ser classificats en tres categories diferents segons el comportament dels seus àtoms i molècules en ser sotmesos a un camp magnètic extern:

- Materials diamagnètics:

Són materials que tenen la propietat de ser repel·lits per un imant. Un camp magnètic extern produeix un moment magnètic en els àtoms molt feble que s'oposa al sentit del camp extern. Una aplicació és la construcció d'aparells (magnetòmetres) per a facilitar la localització de minerals en realitzar prospeccions geofísiques d'un territori.

La variable física que caracteritza el magnetisme a la matèria és la susceptibilitat magnètica, χ . Els materials diamagnètics es caracteritzen per un valor negatiu i petit de la

susceptibilitat magnètica. Pràcticament no hi ha dependència amb la temperatura. Per exemple, per al bismut a 20°C: $\chi = -1,66 \cdot 10^{-5}$.

Exemples de materials diamagnètics: bismut, coure, or, diamant i d'altres.

- Materials paramagnètics:

Són materials on els àtoms tenen un moment magnètic permanent. Així i tot, en absència d'un camp magnètic extern l'orientació és aleatòria. En aplicar un camp magnètic tenen tendència a orientar-se en la direcció del camp, però feblement.

Els materials paramagnètics es caracteritzen per un valor positiu i petit de la susceptibilitat magnètica. La susceptibilitat varia amb la temperatura. Per exemple, per a l'alumini a 20° C: $\chi = +2,3 \cdot 10^{-5}$. Cal remarcar que els materials paramagnètics (i els diamagnètics) no tenen interès per a les indústries elèctrica i electrònica.

Exemples de materials paramagnètics: alumini, magnesi, titani, wolframi, platí, pal·ladi i d'altres.

- Materials ferromagnètics:

Els materials ferromagnètics són els materials que poden presentar un magnetisme espontani. Hi ha un acoblament molt fort entre àtoms que porta a una orientació paral·lela dels moments magnètics en regions anomenades dominis. Sota l'acció d'un camp magnètic extern poden orientar-se els dominis i convertir-se en un imant capaç de produir un camp magnètic més gran que l'extern. Quan deixa d'actuar el camp magnètic extern continuen estant imantats.

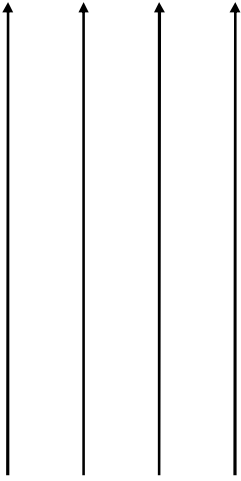
Els materials ferromagnètics es caracteritzen per un valor positiu i alt (de l'ordre de 1000) de la susceptibilitat magnètica. Per exemple, per a un ferro recuit: $\chi = + 1800$.

Per als materials ferromagnètics hi ha una temperatura, anomenada temperatura de Curie, que en sobrepassar-la el material es torna paramagnètic.

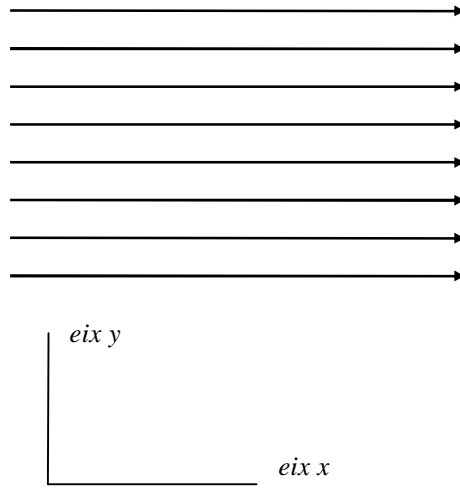
Exemples de materials ferromagnètics: ferro, cobalt, níquel, neodimi, disprosi i alguns minerals i aliatges metàl·lics.

Tema 7

7.1 a)



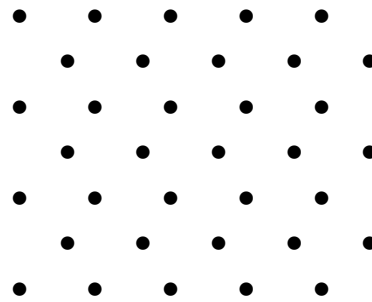
b)



7.2 a)

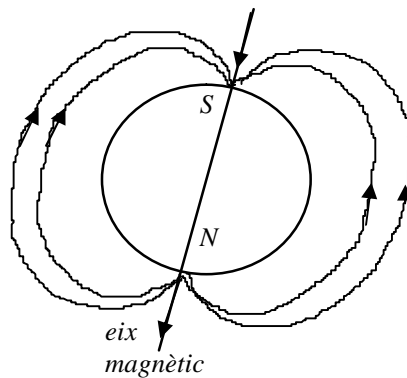


b)

7.3 $2B = 1,04 \text{ T}$

7.4 El pol sud és a la part esquerra de l'imant i el pol nord a la part dreta

7.5

7.6 $\vec{F} = -1,28 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$ 7.7 $\vec{F} = +1,28 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$

$$7.8 \quad \vec{F} = 7000 \vec{j} \text{ N}$$

$$7.9 \quad \vec{v} = 4,46 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$$

$$7.10 \quad \vec{B} = -23,8 \vec{j} \text{ T}$$

$$7.11 \quad \vec{F} = 20,7 \vec{k} \text{ N}$$

$$7.12 \quad \vec{F} = -1537 \vec{k} \text{ N}$$

$$7.13 \quad \vec{F} = 2,5 \cdot 10^{-14} \vec{k} \text{ N}$$

$$7.14 \quad \vec{F} = (-2205 \vec{i} + 1050 \vec{j}) \text{ N}$$

$$7.15 \quad \vec{F} = (-0,1 \vec{i} + 0,04 \vec{j}) \text{ N}$$

$$7.16 \quad \vec{F} = (4,02 \cdot 10^{-13} \vec{i} - 3,6 \cdot 10^{-13} \vec{j} + 9,84 \cdot 10^{-13} \vec{k}) \text{ N}$$

$$7.17 \quad F = 64 \text{ N}$$

$$7.18 \quad a = 3,74 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

$$7.19 \quad R = 1,42 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$7.20 \quad \text{a) } T = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ s, b) } f = 79,6 \text{ kHz, c) } \omega = 5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$$

$$7.21 \quad B = 0,51 \text{ T}$$

$$7.22 \quad \text{a) } f = 3,0 \cdot 10^6 \text{ Hz, b) } E_c = 4,44 \cdot 10^{-18} \text{ J, c) } R = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ m, d) } d = 19,6 \text{ mm}$$

$$7.23 \quad \text{a) } B = 3,1 \text{ T, b) } d = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

7.24 La partícula de l'esquerra té càrrega negativa i la de la dreta té càrrega positiva.

$$7.25 \quad \text{a) } F_e = 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ N, b) } F_m = 2 \cdot 10^{-10} \text{ N, c) } F_g = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

b) Es poden negligir F_e i F_m . $F_g \gg F_e, F_m$.

c) La força de fricció de la partícula amb l'aire.

$$7.26 \quad v = E/B$$

$$7.27 \quad \text{a) } v = (DV/Bd), \text{ b) } v = 4,9 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$7.28 \quad \text{a) } \frac{m}{q} = \frac{2 \Delta V}{v^2}, \text{ b) } \frac{m}{q} = \frac{B^2 R^2}{2 \Delta V}$$

$$7.29 \quad (m/q) = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ Kg/C}$$

7.30 $2R = 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

7.31 a) $B = 2,9 \text{ mT}$, b) $1/3$

7.32 a) $f = 18 \cdot 10^6 \text{ Hz}$, b) $E_c = 7,7 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

7.33 $n = 6,67 \cdot 10^{22} \text{ electrons/m}^3$

7.34 a) $F = 0,026 \text{ N}$, direcció perpendicular al pla del paper, sentit cap enfora
b) $F = 0,011 \text{ N}$, direcció perpendicular al pla del paper, sentit cap enfora

7.35 $\vec{F} = (0,19 \vec{i} - 0,022 \vec{j} + 0,022 \vec{k}) \text{ N}$

7.36 $\vec{F}_{12} = 5,04 \vec{i} \text{ N}$, $\vec{F}_{23} = -5,04 \vec{i} \text{ N}$, $\vec{F} = 0 \text{ N}$

7.37 $\vec{F} = 0 \text{ N}$

7.38 $F = 2,4 \text{ N}$. Força dirigida horitzontalment vers la dreta.

7.39 a) $I = \frac{r A g}{B}$, b) d'esquerra a dreta, c) $I = 8,82 \text{ mA}$

7.40 $\vec{F} = 0 \text{ N}$

7.41 $m = 2,26 \text{ A m}^2$, $M = 2,71 \text{ N m}$

7.42 $N = 868$ espises, $B = 1,12 \text{ T}$, perpendicular a \vec{m} i \vec{M}

7.43 a) $\vec{m} = 30 \vec{k} \text{ A m}^2$, b) $\vec{M} = (-45 \vec{i} + 36 \vec{j}) \text{ N m}$, c) $E_p = 6 \text{ J}$

7.44 a) $\vec{m} = -6,8 \vec{k} \text{ A m}^2$, b) $\vec{M} = (-10,2 \vec{i} - 18,36 \vec{j}) \text{ N m}$, c) $E_p = -21,76 \text{ J}$

7.45 a) $I_m = 8333 \text{ N/T}$, b) $I_m = -8333 \text{ N/T}$, c) $m = 167 \text{ A m}^2$, d) $M = 27,4 \cdot 10^3 \text{ N m}$

7.46 a) $I_m = 81,25 \text{ N/T}$, b) $I_m = -81,25 \text{ N/T}$, c) $m = 40,6 \text{ A m}^2$, d) $M = 58,6 \text{ N m}$

7.47 a) $V_H = v B d$, b) $n = \frac{I B}{q l V_H}$

7.48 a) $V_H = 2,45 \text{ V}$, b) $n = 1,56 \cdot 10^{20} \text{ portadors/m}^3$

7.49 a) $constant = 57,4 \text{ mT/V}$, b) $B = 43,6 \text{ mT}$

7.50

V_H (mV)	40,3	50,5	60,7	70,9	81,1	91,3	101,5
B (T)	1,21	1,52	1,82	2,13	2,43	2,74	3,04

7.51 a) $constant = 6878 \text{ T/V}$, b) $V_H = 6,54 \cdot 10^{-5} \text{ V}$ 7.52 a) $n = 2,44 \cdot 10^{29} \text{ portadors/m}^3$, b) $r_{atoms} = 1,22 \cdot 10^{29} \text{ portadors/m}^3$, c) 2